

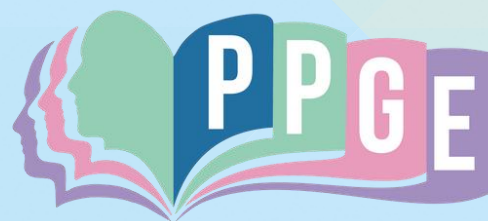
**Educação Financeira Crítica e a aprendizagem
matemática: um estudo à luz da Teoria dos
Registros de Representação Semiótica**

Maria Eva Freire de Alkimim

Mestrado em Educação

Montes Claros / MG

2023



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação

**Educação Financeira Crítica e a aprendizagem
matemática: um estudo à luz da Teoria dos
Registros de Representação Semiótica**

Maria Eva Freire de Alkimim

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora do
Programa de Pós-Graduação em Educação como
exigência parcial para obtenção do título de Mestra em
Educação, linha de pesquisa Educação Matemática.*

Orientador: Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo

Montes Claros / MG

2023



A divulgação ou reprodução total ou parcial desta dissertação é autorizada exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

A415e Alkimim, Maria Eva Freire de.
Educação financeira crítica e a aprendizagem matemática [manuscrito]: um estudo à luz da teoria dos registros de representação semiótica. / Maria Eva Freire de Alkimim – Montes Claros (MG), 2023. 134 f. : il.

Inclui Bibliografia.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Montes Claros - Unimontes, Programa de Pós-Graduação em Educação/PPGE, 2023.

Orientador: Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino médio). 3. Educação financeira. 4. Registros de representação semiótica. I. Macêdo, Josué Antunes de. II. Universidade Estadual de Montes Claros. III. Título. IV. Título: um estudo à luz da teoria dos registros de representação semiótica.

Catálogo: Biblioteca Central Professor Antônio Jorge



Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação

Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: um estudo à luz da Teoria dos
Registros de Representação Semiótica

Maria Eva Freire de Alkimim

Dissertação apresentada em 8 de dezembro de 2023 à
banca constituída pelos pesquisadores

Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo — Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas Gerais
Universidade Estadual de Montes Claros

Prof. Dr. Lailson dos Reis Pereira Lopes
Universidade Estadual de Montes Claros

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr.
Universidade Federal de Juiz de Fora



Dedico este estudo a todos os mestrandos e mestrandas cujos pais sabem apenas que seus filhos fazem curso.



Agradecimentos

*O sentimento que exala em mim neste momento é **GRATIDÃO**.*

Agradeço imensamente a Deus, ser supremo que me dá sabedoria e discernimento para realizar tomadas de decisões importantes em prol do meu crescimento pessoal e profissional.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/Unimontes.

Ao professor Dr. Josué, a quem tive a honra de tê-lo como professor durante a graduação e, agora, como meu orientador. Sou grata pelos ensinamentos, pelas orientações e pela maneira que vem conduzindo nossos trabalhos. Graças a ele pude conhecer outras vertentes da Educação Financeira e, também, a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, objetos deste estudo.

Ao Dr. Januário, além de professor, tornou-se um grande amigo. Ser humano cheio de boas energias e que não mede esforços para o crescimento e expansão do nosso PPGE.

À professora Dr. Francely, coordenadora do nosso programa. Sou grata por tê-la como professora e amiga (sem me esquecer das seções extraoficiais de psicanálise).

À professora Dra. Shirley, por nos mostrar que é possível construir conhecimento com calma e leveza.

À minha família, em especial, o meu pai Ovídio e a minha mãe Antônia, por entenderem a minha decisão de mudar para Montes Claros a fim de consolidar o sonho de cursar Mestrado.

À Cris, prima/irmã que segurou a barra cuidando do nosso avô para que eu pudesse me ausentar e dedicar às atividades do Mestrado. Gratidão a Deus por devolver a saúde a ele.

Às minhas sobrinhas, Emily e Sabrina, por conviverem comigo e manterem sempre o silêncio, a fim de não atrapalhar meu processo de estudos, sobretudo, a escrita desta dissertação.

Aos colegas da turma de 2022, em especial, Stefanie Kelly (presente de Deus para a minha vida), Iolanda, Raíssa, Karol, Amanda, Rafaela, Lílian, José Carlos entre outros, a quem recorro sempre que necessito. Sou grata por tê-los em minha vida!

Às colegas de orientação que denominamos “As filhas de Josué”, dentre as quais, destaco: Daniele, Carla, Rosânea e Mirelle.

Às minhas amigas Lília, Jucelma, Elizângela, Juliana, Jéssica e Cássia, que, apesar da distância, têm um lugar especial em meu coração.



Às primas Ana, Santana, Aurora, Eva, Nelza, Elza e Edinilza por acreditarem e torcerem sempre por mim.

Aos colegas da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues por todo carinho e cuidado para que eu conseguisse conciliar o trabalho e a realização do Mestrado, dentre eles, destaco: a diretora Tânia; a vice-diretora Neide; as especialistas Dayane, Zelita e Mônica; as professoras, Nete, Dina, Mônica, Ariellen, Tânia Ramos (a quem recorro para traduções em inglês), Rejane, Heloi, Manoel, Alex, Eliane, Dayana, dentre outros.

Aos alunos do 1º ano do Ensino Médio da turma de 2022, por aceitarem o desafio de participarem das seqüências de atividades, principal instrumento de coleta de dados para esta pesquisa.

Ao grupo de Pesquisa de Ponta da Universidade Federal de Juiz de Fora, pelo carinho e conhecimento proporcionado, em momento síncronos ou assíncronos, cujas gravações são disponibilizadas em canal livre na plataforma YouTube, para todos que se interessam pela temática da Educação Financeira.

Aos professores que participaram dos seminários de dissertação trazendo contribuições desde a escrita do projeto.

Agradeço a Antônio pelas correções de Língua Portuguesa.

Eu sou grata aos membros da Banca, Professor Dr. Josué Antunes de Macêdo (Orientador), Professor Dr. Lailson dos Reis Pereira Lopes e o Professor Dr. Marco Aurélio Kistemann Jr. por proporcionarem contribuições relevantes para a conclusão desta e apontarem caminhos para possíveis desdobramentos e construção de novas pesquisas.

Esta pesquisa não se esgota aqui, parafraseando Santo Agostinho: “mesmo que tenha feito uma boa caminhada, sempre haverá mais um caminho a percorrer”.

Doutorado? Se estiver nos planos de Deus para a minha vida, ELE mostrará o trajeto.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que fizeram e fazem parte do meu convívio e que certamente contribuíram e contribuem para que eu possa me tornar a pessoa que sou.

A todos, o meu muito obrigada!



A educação tem de desempenhar um papel ativo na identificação e no combate de disparidades sociais (Skovsmose, 2001, p. 32).



ALKIMIM, Maria Eva Freire de. *Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica*. 2023. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros / MG. Brasil.

RESUMO

Este estudo tem como objetivo geral analisar os conhecimentos mobilizados/produzidos pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira Crítica, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. É norteado pela seguinte questão de pesquisa: de que maneira um processo de ensino e de aprendizagem implementado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode potencializar a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos dos alunos e influenciar o entendimento dos conceitos relativos à Educação Financeira? Os objetivos específicos são: *a)* investigar situações de ensino e aprendizagem que proporcionam aos alunos condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval; *b)* verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal), nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos; *c)* investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos. A pesquisa está fundamentada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS). O ponto de partida constituiu-se por meio da elaboração e do desenvolvimento de sequências de atividades compostas a partir de situações-problema da realidade dos discentes, levantando discussões no âmbito da Educação Financeira Crítica. Para a coleta de dados foram utilizadas sequências de atividades elaboradas e desenvolvidas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola da rede pública estadual, localizada no município de Montes Claros/MG. A aplicação das atividades ocorreu durante os meses de outubro e novembro de 2022. A análise dos dados foi realizada à luz da TRRS e da Educação Financeira Crítica. Os resultados nos possibilitam inferir que práticas escolares, alinhadas à realidade dos discentes, tendem a despertar neles um melhor engajamento em benefício da construção do conhecimento matemático. Ademais, contribuem para a formação/construção de um sujeito crítico, autônomo, capaz de desempenhar um papel ativo na sociedade, reagindo a contradições sociais. Em relação aos procedimentos de cálculos realizados pelos alunos, os resultados demonstram lacunas na aprendizagem que reverbera na comunicação oral ou escrita nos registros deles. Apontam, ainda, indícios da importância da articulação entre a aprendizagem de Matemática e a Educação Financeira em benefício da construção de uma vida financeira saudável e de sua utilização no cotidiano.

Palavras-chave: Educação Financeira Crítica. Ensino e Aprendizagem de Matemática. Registros de Representações Semióticas.



ALKIMIM, Maria Eva Freire de. *Critical Financial Education and mathematical learning: a study based on the Theory of Semiotic Representation Registers*. 2023. 134f. Dissertation (Master in Education) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros / MG. Brasil.

ABSTRACT

The general objective of this study is to analyze the knowledge mobilized/produced by high school students regarding Critical Financial Education, according to the Theory of Semiotic Representation Registers. Guided by the following research question: “How can a teaching and learning process implemented in light of the Theory of Semiotic Representation Registers enhance the mobilization/production of students' mathematical knowledge and influence the understanding of concepts related to Financial Education?” The specific objectives are: a) to investigate teaching situations that provide students with favorable conditions to attribute sense and meaning to mathematical objects, in view of the mobilization/production of mathematical knowledge, according to Raymond's Theory of Semiotic Representation Registers Duval; b) verify how conversion transformations contribute to the different registers of semiotic representation (mother tongue; algebraic register; numerical register; fractional register; in percentage; in decimal), in the learning processes of mathematical objects; c) to investigate the level of mathematical knowledge of the students when performing the conversion between the different registers of semiotic representation and the treatment of these objects. The research is based on the Theory of Registers of Semiotic Representations (TRRS). The starting point was constituted through the elaboration and development of sequences of activities composed from problem situations of the students' reality, raising discussions in the scope of Critical Financial Education. For data collection, sequences of activities developed in a 1st year class of High School in Full Time (EMTI) were used. This class is from a state public school, located in the city of Montes Claros/MG. The application of activities was during the months of October and November (2022). The data analysis was carried out following TRRS and Critical Financial Education. The results allow us to infer that school practices aligned with the students' reality tend to awaken in them a better engagement for the benefit of the construction of mathematical knowledge and, in turn, contribute to the formation/construction of a critical, autonomous subject, capable of playing a role active in society, reacting to social contradictions. In relation to the calculation procedures carried out by the students, the results demonstrate gaps in learning that reverberate in oral or written communication in their records. They also point to evidence of the importance of linking Mathematics learning and Financial Education to the benefit of building a healthy financial life and its use in everyday life.

Keywords: Critical Financial Education. Mathematics Teaching. Semiotic Representation Registers.



SUMÁRIO

Introdução	11
Aspectos da trajetória pessoal, acadêmica e profissional da pesquisadora	14
Justificativa, problema e objetivos da pesquisa	16
A organização da dissertação	27
Referências	27
Artigo 1: Educação Financeira Crítica nas aulas de Matemática: uma análise sob aspectos dos Registros de Representação Semiótica	30
1.1 Introdução	31
1.2 Considerações entre Matemática Financeira e Educação Financeira	35
1.3 Aspectos dos Registros de Representação Semiótica na aprendizagem de Matemática	39
1.4 Procedimentos metodológicos	41
1.5 A sequência de atividades e os registros escritos dos alunos	42
1.6 Considerações finais	50
1.7 Referências	52
Artigo 2: Juros no contexto da Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: um estudo sob aspectos dos Registros de Representação Semiótica	54
2.1 Introdução	54
2.2 Os juros no contexto da Educação Financeira Crítica.....	59
2.3 Contribuições da TRRS nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.....	63
2.4 Procedimentos metodológicos	66
2.5 A sequência de atividades e os registros escritos dos alunos	67
2.6 Considerações finais	73
2.7 Referências	74
Artigo 3: Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: o papel das conversões e dos tratamentos entre Registros de Representação Semiótica	77
3.1 Introdução	78
3.2 Aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a aprendizagem matemática.....	81
3.3 O papel da língua natural na aprendizagem Matemática.....	86
3.4 Procedimentos metodológicos	89
3.5 A sequência de atividades e os registros dos alunos	90
3.6 Considerações finais	96

3.7 Referências	97
Considerações	98
Referências	103
Apêndices	102
Apêndice I: Sequência de Atividades I.....	104
Apêndice II: Sequência de Atividades II.....	110
Apêndice III: Sequência de Atividades III	114
Apêndice IV: Tema: Impostos.....	118
Apêndice V: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para Participação em Pesquisa	119
Apêndice VI: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Participação em Pesquisa	121
Apêndice VII: Termo de Concordância da Instituição para Participação em Pesquisa	123
Apêndice VIII: Termo de Autorização para Uso de Imagem e/ou Depoimentos de Participante da Pesquisa	126
Apêndice IX: Termo de Responsabilidade para o Acesso, Manipulação, Coleta e Uso das Informações de Sigilo Profissional para Fins Científicos (Arquivos de Saúde, Judiciais e Outros).....	128
Anexo	127
Anexo I: Parecer Consubstanciado do CEP	129

INTRODUÇÃO

Não se muda uma realidade com uma simples mudança de discurso. Por outro lado, o discurso influencia, nossas preocupações. À medida que empregamos o discurso para expressar preocupações, podemos, por meio de mudanças de discurso, realizar modificações nelas (Skovsmose, 2021, p. 10).

O presente estudo foi desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES) e está inserido na linha de pesquisa Educação Matemática. As discussões aqui levantadas permeiam o referido campo do conhecimento, evidenciando a Educação Financeira Crítica e utilizando as contribuições da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval¹ (2009, 2011), como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

A escolha do objeto de pesquisa manifesta, por parte do pesquisador, um desejo de mudança naquela área de discussão. Enquanto professora que ensina Matemática em escolas públicas da rede estadual, atendendo um público carente de recursos financeiros que, muitas vezes, não tem condições para adquirir nem sequer os mais simples materiais escolares como: lápis, borracha e caderno. Por outro lado, esses mesmos alunos possuem celulares para uso pessoal e acesso às redes sociais. Diante dessa realidade, é possível induzir que, para a aquisição do aparelho celular, as famílias optaram pela compra com pagamentos parcelados e arcaram com altas taxas de juros em função do parcelamento.

Promover discussões que levem os alunos e seus familiares a entenderem a diferença entre adquirir objetos de desejo ou necessidade; pensar o momento adequado e as diferentes formas de pagamento, dentre outras questões, são objetos de estudo da Educação Financeira, os quais julgamos relevantes não só para esse público, mas também para as demais pessoas da sociedade.

O conhecimento de Matemática propicia tomada de decisão consciente e fundamentada. Dessa forma, utilizar as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

¹ Filósofo e Psicólogo de formação. Seus estudos na área de Psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo (França), têm contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática (Duval, 2009).

como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática favorece condições para que o aluno se aproprie dos conceitos matemáticos e construa conhecimentos pertinentes para a vida cotidiana. É interessante mencionar que o contato com a TRRS ocorreu nas primeiras reuniões desta pesquisadora com o seu professor, orientador deste estudo.

Em 2017, a Educação Financeira foi inserida na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e, em 2018, na BNCC do Ensino Médio. Na Área do Conhecimento de Matemática para o Ensino Fundamental, a Educação Financeira aparece vinculada ao ensino de porcentagem, aumentos e descontos percentuais. Já para o Ensino Médio, o documento destaca que o “foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos” (Brasil, 2018, p. 528).

Para Batista *et al.* (2021), a Educação Financeira trata-se de um conjunto de habilidades que permitem ao indivíduo tomar decisões conscientes e responsáveis perante situações que envolvem a lida com o dinheiro. Os autores apontam que, com a crise mundial, em 2008, essa temática obteve notoriedade no cenário político global, de modo que alguns órgãos ampliaram espaços de discussão e entenderam a necessidade de estabelecer recomendações sobre os princípios e as boas práticas de educação e a conscientização financeira que deveriam ser repassados à população.

Para Batista *et al.* (2021),

A BNCC do Ensino Médio propõe para o ensino de Matemática cinco competências e 45 habilidades, sendo que quatro das competências e sete das habilidades possuem relação com a Educação Financeira e/ou Matemática Financeira, buscando sempre uma aplicação dos conteúdos da Matemática em cenários do cotidiano, que envolvam, de alguma forma, a lida com questões financeiras e tomadas de decisão (Batista *et al.*, 2021, p. 357).

Em nosso entender, no corpo das habilidades da BNCC, a Educação Financeira aparece, por vezes, de forma implícita e integrada a diversos objetos do conhecimento que podem passar despercebidos pelos professores, caso estes não a conheçam bem. Para exemplificar, apresentamos uma habilidade extraída da BNCC de Matemática para o Ensino Médio:

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de energia elétrica, água etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais (Brasil, 2018, p. 539).

Um olhar atento nos leva a identificar aspectos que podem ser explorados no contexto da Educação Financeira: o uso de elementos comuns à realidade, como conta de energia elétrica, água, entre outros; fatores relacionados ao ensino de objetos do conhecimento matemático – funções definidas por uma ou mais sentenças, domínio, imagem, crescimento e decrescimento –; e, aspectos associados à TRRS ao mencionar diferentes representações (algébrica, gráfica), para um mesmo objeto, ressaltando a importância da conversão de uma representação à outra.

No entanto, a BNCC não tem o propósito de promover o avanço do conhecimento do aluno, instigando-o a pensar criticamente, haja vista que sua redação se pauta em habilidades e competências que foram elaboradas para atender aos anseios do mercado de trabalho, cujo foco é a formação de mão de obra.

A BNCC é um documento de caráter normativo, no qual estão determinados os direitos de aprendizagens que devem ser contemplados durante a Educação Básica. O intuito de sua aprovação é que se torne uma referência nacional na construção dos currículos escolares e, também, subsidie a reformulação das matrizes de avaliação de larga escala, alterando a política de formação inicial e continuada dos professores. E, ainda, que seja utilizada como medida para reformular materiais didáticos e pedagógicos e demais cursos a serem vendidos no mercado (Johann; Malanchen, 2021).

Uma crítica tecida pelas autoras Johann e Malanchen (2021) materializa-se pela afirmação de que a BNCC contempla interesses da classe dominante, fundamentada na pedagogia das competências. O documento estabelece dez competências gerais a serem desenvolvidas no processo de escolarização, com a previsão de serem implementadas nas redes de ensino de todo o país no prazo de dois anos, contados a partir da data de sua homologação, ocorrida em 2018.

Por meio do currículo escolar, esse projeto dominante estima colocar em prática alguma de suas intenções, sendo a BNCC uma delas, que se articula com os preceitos da classe empresarial, tendo – desde suas primeiras discussões – representantes de grupos privados em seu planejamento (Johann; Malanchen, 2021).

A estratégia adotada pelos privatistas é a de focar em um ensino pautado em habilidades técnicas e instrumentais, alicerçadas nos interesses do capital, que se propõe a formar um sujeito meramente adaptável, sem a capacidade crítica de questionar a dinâmica da sociedade, formando, assim, indivíduos despolitizados (Johann; Malanchen, 2021).

Em contraponto a esse modelo de formação esvaziada, as discussões aqui levantadas têm como princípio fundamental propiciar aos alunos o desenvolvimento do pensamento crítico. Para isso, nossos estudos serão norteados por Skovsmose (2021), que discute a Educação Matemática Crítica; e, também, por nomes de destaque que investigam e publicam inúmeros trabalhos na área da Educação Financeira: Kistemann Jr. (2020); Campos (2020); Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021); dentre outros.

Contudo, antes de adentrar as discussões referentes à temática em questão, julga-se necessário descrever alguns fatos relacionados à trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, que a aproximam do tema e serviram de base para a escolha como campo de investigação. Em seguida, são apresentados os objetivos, procedimentos metodológicos e, por fim, a estrutura da dissertação.

Aspectos da trajetória pessoal, acadêmica e profissional da pesquisadora

Na busca por entender os motivos que me levaram a investigar o presente tema, julga-se pertinente discorrer brevemente aspectos de minha trajetória pessoal, escolar e profissional², que justificam a minha sede de busca pelo conhecimento sistematizado, combustível necessário para a transformação da realidade social e econômica das pessoas, inclusive, a minha. Saliento que, nesta seção, farei uso da primeira pessoa do singular, haja vista que as próximas linhas carregam experiências únicas e particulares que aguçaram em mim o interesse epistemológico para esmiuçar o tema aqui apresentado.

Vejo a escolarização como um caminho fundamental para a aquisição de capital humano, que, por sua vez, favorece a ascensão dos indivíduos em postos de trabalho e, conseqüentemente, possibilita melhorias salariais, garantindo-lhes condições básicas de uma vida com dignidade. É importante ressaltar que, neste contexto, *vida com dignidade* refere-se à construção de um estilo de vida que possibilite as pessoas terem acesso à: moradia, alimentação, saúde, educação, arte, cultura, lazer, entre outros. Na concepção de D'Ambrosio (2021), *vida com dignidade* consiste em um modo de viver que oportuniza o indivíduo a se sentir em paz consigo mesmo, a ser capaz de encostar a cabeça no travesseiro e dormir tranquilamente.

² Ver ALKIMIM, Maria Eva Freire de. Relatos de minha trajetória pessoal, escolar e profissional. In: ALMEIDA, Shirley Patrícia Nogueira de Castro; PAULO, Hugo Barbosa de; CARDOSO, Luana Michele Soares. (Org.). *Memórias Revisitadas Trajetórias de Vida*. Montes Claros: HD, 2023, p. 241-253.

Nessa perspectiva, a educação tem um papel fundamental para a transformação social e econômica das pessoas na sociedade. Relembrar aspectos de minha trajetória pessoal, acadêmica e profissional, observando atentamente de onde vim, onde estou e para onde posso ir, faz com que eu perceba a relevância que a educação tem em nossas vidas.

Sou a quinta filha de um casal de trabalhadores rurais que tiveram treze descendentes. Nasci em 1986, em um pequeno povoado situado na zona rural do Município de Ibiracatu, Norte de Minas Gerais. Iniciei o processo de escolarização aos sete anos de idade, em uma escola local que ofertava os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (primeira à quarta série à época). Aos doze anos, tive que interromper os estudos, pois não havia transporte escolar do povoado ao distrito ou à cidade que ofereciam as séries posteriores. Dois anos depois, em 2000, a localidade na qual eu residia foi contemplada com o veículo escolar e, graças a ele, pude retornar à escola, onde cursei os Anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio em uma instituição pública do município de Ibiracatu.

Concluí o Ensino Médio aos 19 anos e almejava, ardentemente, a continuação dos estudos, na certeza de que este seria o caminho, ou melhor, a porta de entrada para o mercado de trabalho. Realizei, então, o curso de Nível Médio de Técnico em Enfermagem e, posteriormente, graças a Deus, aos esforços de familiares, ao presidente Luiz Inácio Lula da Silva – por viabilizar políticas de acesso e permanência de alunos oriundos de famílias de classes menos favorecidas à universidade – pude cursar a Licenciatura em Matemática (LM) pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Norte de Minas, Campus Januária, tendo minha cerimônia de colação de grau em setembro de 2013.

Durante a realização do curso de LM, fui bolsista remunerada do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e bolsista voluntária no Programa Institucional de Iniciação Científica (PIBIC). Os recursos financeiros do PIBID foram imprescindíveis para a minha permanência na Instituição.

A minha formatura foi um dos momentos mais felizes da minha vida, pois, a partir daquele momento, poderia desfrutar de um emprego público, uma vez que já estava aprovada no concurso para o cargo de professora de Matemática da Educação Básica da Secretaria Estadual de Educação de Minas Gerais.

A partir de então, ensinar Matemática tem sido minha paixão, atuando como docente da Educação Básica em escolas públicas desde 2013. Passei por instituições em algumas cidades do Norte de Minas, tais como: Januária; Pedras de Maria da Cruz; Ibiracatu; Varzelândia e,

atualmente, leciono em Montes Claros. Ao percorrer tais municípios, observei uma característica comum nos alunos de todas essas escolas: trata-se da motivação que eles têm pela aprendizagem em Matemática ao lidarem com tarefas que podem ser associadas às suas realidades ou que transcendem a lógica tradicional do ensino da referida disciplina.

Skovsmose (2021) argumenta que romper a lógica tradicional do ensino de Matemática significa avançar o conhecimento para além da proposição de exercícios comumente encontrados nos livros didáticos; denota propiciar reflexões acerca dos conteúdos ensinados e sugere a construção de ambientes de aprendizagem e cenários para investigação como estratégias de ensino que podem ser apropriadas pelos professores no decorrer de suas experiências.

Esses cenários para investigação “favorecem práticas de sala de aula que contrastam com práticas baseadas em exercícios” (Skovsmose, 2021, p. 54). As práticas baseadas em exercícios se caracterizam por tarefas do tipo: calcule; reduza a expressão; resolva a equação; etc. Já os cenários para investigação representam o desenvolvimento de tarefas ou atividades educacionais que se referem à vida real (Skovsmose, 2021).

É nesse sentido que este trabalho se desenvolve. Busca-se aproximar objetos do conhecimento matemático à realidade dos alunos e propiciar condições favoráveis à mobilização/construção do conhecimento por parte deles. Para fins de delimitação do objeto em estudo, deteve-se às noções de função, juros compostos e logaritmos, propostos por meio de sequências de atividades, propiciando momentos de interação entre a professora pesquisadora, autora desta, e os alunos, promovendo discussões no âmbito da Educação Financeira Crítica. Como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, utilizou-se as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Justificativa, problema e objetivos da pesquisa

Este tópico tem a finalidade de expor aproximações entre a Educação Matemática, a Educação Financeira Crítica e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, buscando situar esses termos, interrelacionando-os a fim de encontrar elementos que justifiquem esta investigação.

Especialmente a partir da década de 1990, o campo da Educação Matemática tem ganhado forças no Brasil. Diversas tendências e estratégias de ensino e de aprendizagem de Matemática ampliaram seus espaços de discussões no âmbito acadêmico, resultando em produções que abarcam a resolução de problemas; o uso de tecnologias digitais; a proposição de tarefas exploratório-investigativas; a criação de ambientes de aprendizagens; os cenários para investigação; entre outras. Essas tendências e estratégias, ao serem conduzidas em salas de aula, têm o objetivo de propiciar condições favoráveis para a mobilização/construção do conhecimento matemático e, conseqüentemente, o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Entende-se que é papel do professor que ensina Matemática a apropriação/utilização dessas e de outras estratégias de ensino e de aprendizagem nas salas de aula em prol da melhoria da aprendizagem dos discentes. Especificamente em relação ao ensino e a aprendizagem de Matemática, vivenciamos, frequentemente, problematizações do tipo: a) Por que aprender Matemática é considerado difícil? b) Os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática diferenciam-se em relação ao ensino das demais disciplinas? c) Como ensinar Matemática de forma que o aluno consiga atribuir sentido e significado ao objeto de conhecimento estudado? Possíveis respostas para essas problematizações podem ser encontradas na Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), conforme abordaremos a seguir.

A referida teoria foi fundamentada no ano de 1995, por Raymond Duval. Sua obra – *Sémiosis et pensée humaine* – é um marco na TRRS, e seus trabalhos de pesquisa ganharam visibilidade em vários países, inclusive no Brasil, influenciando fortemente os estudos em Educação Matemática. Na obra *Ver e ensinar a Matemática de outras formas*, Duval (2011), aponta brevemente que a TRRS foi fundamentada a partir das concepções de Semiótica de Peirce³, Saussure⁴ e Frege⁵. Peirce se apoia nas ciências de modo geral e na lógica; Saussure utiliza a linguística; e, Frege baseia-se na Matemática, mais especificamente na Aritmética.

Para Peirce, o signo representa um objeto, mas não é o próprio objeto. Uma casa pode ser representada por um desenho, uma fotografia, um esboço, uma planta baixa, uma maquete

³ Charles Sanders Peirce (1839- 1914), ícone intelectual dos Estados Unidos. Graduado em Química, produziu trabalhos que trouxeram contribuições para Matemática, Física, Lógica, Biologia, Psicologia, Filosofia, Linguística, História, entre outras (Pontes e Dionizio, 2014).

⁴ Ferdinand de Saussure (1857-1913) é considerado fundador da linguística moderna. Apresentou, com sua teoria linguística, princípios que tiveram grande influência no desenvolvimento do estruturalismo semiótico e filosófico (Pontes e Dionizio, 2014).

⁵ Gottlob Frege (1848-1925), matemático e filósofo alemão. Publicou obras como: “Sobre o sentido e a referência” (1892) e “O pensamento” (1918) (Pontes e Dionizio, 2014).

e outros signos, mas nenhum deles é a própria casa. Sendo assim, a casa é o objeto que pode ser representado por diversos signos. Para Saussure, o signo designa o todo, e significado e significante constituem suas duas partes. Frege não propôs uma definição para signo, ele o compreende como uma escrita simbólica em Álgebra e em Análise (Pontes; Dionísio, 2014).

A Semiótica é a ciência que estuda os signos e significados; é a ciência das linguagens. A TRRS contribui para a compreensão da aprendizagem matemática do ponto de vista cognitivo, buscando entender dificuldades apresentadas por muitos alunos no entendimento dos conceitos matemáticos. Duval (2009, p. 15) afirma que “as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade Matemática”. Sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende. Algumas representações semióticas são: figuras; esquemas; gráficos; expressões simbólicas; expressões linguísticas; entre outras. Alguns registros de representações semióticas são: registro em língua materna; registro figural; registro algébrico; registro gráfico; registro simbólico; e registro numérico.

Para Duval (2011), existem muitas representações para um mesmo objeto, de modo que essa diversidade se torna possível a partir da variedade de sistemas físicos e semióticos que produzem as representações. O surgimento da noção de signo se deu a partir do interesse pelo significado de uma expressão verbal. No discurso, a atenção do leitor está concentrada naquilo que se pretende dizer e não no que de fato se diz, pois aquele que escuta tem apenas as palavras pronunciadas para entender o que foi dito. Tomemos como exemplo o signo *cadeira*: ao pronunciá-lo, o significado pode ser diferente para cada pessoa. Alguém pode pensar em uma cadeira de madeira, outra em uma cadeira branca com estofado, entre outras.

De acordo com Duval (2014), embora as teorias que se referem ao construtivismo piagetiano ou ao semipragmatismo de Peirce postulam que os processos de aquisição de conhecimentos são essencialmente os mesmos para a Matemática e para outros domínios do conhecimento,

matemáticos se deparam e continuam a deparar com dificuldades sistemáticas e recorrentes de compreensão e de aprendizagem da maioria dos alunos. Ora, essas dificuldades, os alunos não as encontram em outras disciplinas! Esse fator deve-se à situação epistemológica especial que tem a matemática (Duval, 2014, p. 37).

Nessa direção, Duval (2014) destaca que a aprendizagem em Matemática difere das outras disciplinas, uma vez que o modo de acesso aos objetos matemáticos não é empírico, mas

sim semiótico, haja vista que só são alcançados por meio de suas representações. Por exemplo, não se pode visualizar um gráfico, um retângulo, uma tabela, e sim a representação de um gráfico, de um retângulo, de uma tabela.

Ainda de acordo com Duval (2014), a aprendizagem em Matemática requer que sejam utilizadas, desenvolvidas e coordenadas diversas representações semióticas e, também, a língua natural, mesmo que esta não sirva para calcular. A língua natural, em nosso caso, refere-se à língua portuguesa, sendo de suma importância nos processos de comunicação, interpretação, escrita, dentre outros. A passagem de uma representação para outra – língua natural → registro tabular → registro gráfico, etc. – é condição cognitiva e fundamental para os processos de compreensão e utilização de conceitos e algoritmos (Duval, 2014).

Duval (2011) explica que os problemas específicos de compreensão de objetos matemáticos que os alunos enfrentam têm origem na situação epistemológica do conhecimento matemático e não somente nas questões de organização pedagógica das atividades. Afirma, ainda, que, para aprender Matemática, o aluno precisa acessar objetos a partir de representações semióticas, sendo que “o modo de acesso aos objetos matemáticos é radicalmente diferente do modo de acesso aos objetos do conhecimento nas outras disciplinas científicas” (Duval, 2011, p. 9). Em Biologia, por exemplo, uma célula pode ser visualizada por meio do uso de um microscópio, enquanto, em Matemática, os objetos só serão acessados a partir de suas representações (Duval, 2009). Assim,

Para que os alunos possam realmente compreender Matemática, ou para que a Matemática contribua na formação intelectual e geral deles, que vá além de uma aprendizagem tecnológica de procedimentos executados à mão ou com máquinas, é preciso desenvolver outro tipo de funcionamento cognitivo que o praticado nas outras disciplinas (Duval, 2011, p. 9).

Nesse contexto, Duval (2011) afirma que a aprendizagem de Matemática suscita problemas de compreensão que não se encontram em outros domínios do conhecimento. Essas dificuldades são classificadas como locais ou globais. Locais são aquelas que podem estar no desenvolvimento de atividades ao longo de algumas semanas ou até mesmo em uma única aula. Já as globais são dificuldades que aparecem ao longo de um ano, ao final de um ciclo ou do currículo. Para Duval (2011, p. 15), “elas estão associadas à resolução de um problema, ao raciocínio, à visualização geométrica, à visualização gráfica, à falta de transferência do que se supõe adquirido nas novas situações e aplicações dos conhecimentos para a realidade”. O autor

aponta, ainda, a importância de partir das dificuldades locais, que são particulares ao conhecimento e ao saber do processo de aprendizagem e depois alcançar as globais.

Duval (2009) afirma que o acesso aos objetos matemáticos só é possível por meio de suas representações, de modo que não se pode ter compreensão em Matemática se não distinguir um objeto de sua representação:

É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc., com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras... por que um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes (Duval, 2009. p. 14).

Para exemplificar essa situação, pensemos no objeto numeral 2; ele pode ser representado como $\frac{4}{2}$, 2^1 , $\log_2 4$, entre outras representações que, embora correspondam ao numeral 2, Duval (2009) afirma que elas não são o objeto representado: “a diversidade de representações de um mesmo objeto tem origem na variedade dos sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir as representações” (Duval, 2011, p. 18).

Dois elementos importantes na TRRS de Duval são os tratamentos e as conversões. O tratamento é a transformação de uma representação em outra, do mesmo registro. Por exemplo, dada a função definida por $f(x) = 2x + 1$, determinar o valor de x quando $f(x) = 0$. Ao realizar a operação $2x + 1 = 0$ e encontrar o valor correspondente a x , que nesse caso é $x = -\frac{1}{2}$, a operação realizada consiste em um tratamento. A conversão é a transformação de uma representação em outra, de outro registro. Por exemplo, esboçar o gráfico para a função $f(x) = 2x + 1$. O gráfico seria uma representação em outro registro.

Para Duval (2009), a aprendizagem matemática, de fato, acontece quando o aluno consegue realizar a conversão entre, pelo menos, dois registros distintos, sendo que essa ação não parece ser fácil para ele: “mudar a forma de uma representação se revela ser, para muitos alunos nos diferentes níveis de ensino, uma operação difícil e, por vezes, muito impossível” (Duval, 2009, p. 15). O autor preconiza como fundamental para a aprendizagem matemática o uso de, ao menos, dois registros e a conversão entre eles precisa seguir uma mão dupla, indiferente de qual seja a atividade em Matemática. Do ponto de vista pedagógico, Duval (2009) afirma que os professores exploram somente os tratamentos em sala de aula, mas é na conversão entre diferentes registros de representações semióticas que a aprendizagem matemática ocorre.

Outro ponto que merece destaque na TRRS é a noção de quadro. Alguns tipos são o quadro: da álgebra linear; da geometria euclidiana; das matrizes; dos sistemas lineares; dos logaritmos; das frações; das equações; dos determinantes; entre outros. O quadro pode conter um ou mais registros. Por exemplo, no quadro da geometria, temos o registro em língua materna, o registro figural e o registro simbólico, entre outros. Segundo Almouloud (2007, p. 79), “para perceber uma mudança de quadro, deve-se conhecer antecipadamente a Matemática e compreendê-la, ou seja, é possível que as mudanças de quadro sejam conhecidas unicamente por professores e/ou matemáticos, mas não pelo aprendiz”.

Para que consiga realizar a mudança de quadro, o aluno precisa ter consolidado diversas habilidades relacionadas ao objeto de conhecimento em estudo. Por exemplo, numa tarefa que tenha como foco encontrar a equação da reta que passa por dois pontos definidos no plano cartesiano, além de fazer o tratamento e a conversão entre os registros dados, é necessário que haja uma mudança de quadro, podendo ser da geometria analítica para o quadro da álgebra. Para que isso ocorra, o aluno precisa conhecer bem os dois quadros envolvidos.

Duval (2009) defende que é nessa coordenação entre diversos registros e mudanças de quadros que a aprendizagem em Matemática de fato acontece. Pode-se falar em aquisição de conhecimentos em Matemática somente a partir do momento em que o discente transita naturalmente por diversos registros de representação. Quanto maior for a mobilidade com registros de representação distintos para um mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão, ficando a cargo do professor auxiliar os alunos nessa etapa, orientando-os a definir quais registros poderão ser utilizados para o objeto matemático em estudo.

Compreender processos que mobilizem a construção do conhecimento matemático por parte do discente torna-se relevante para a aprendizagem de Matemática e seu campo de ensino. No entanto, muito se discute também no campo da Educação Matemática, sobretudo, acerca da importância do seu uso na vida cotidiana. Tão importante quanto aprender os conteúdos matemáticos é saber utilizá-los em benefício próprio, haja vista que o ensino e a aprendizagem de Matemática devem servir para resolver problemas da realidade, mobilizando as pessoas para o convívio em sociedade (Fiorentini; Lorenzato, 2012; D’Ambrosio, 2021; Duval, 2011).

De acordo com D’Ambrosio (2021), o professor deve utilizar o que aprendeu em Matemática para realizar a missão de educador, proporcionando aos alunos condições favoráveis para a reflexão acerca dos conteúdos ensinados. O autor tece críticas relacionadas a

justificativas internalistas, do tipo: “progressões são importantes para entender logaritmos” (D’Ambrosio, 2021, p. 30), e constata que é dever do educador matemático se apropriar de justificativas contextualizadas ao mundo atual e que façam sentido para a vida do aluno.

Na BNCC (Brasil, 2018, p. 265), explicita-se que “o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais”. Nesse contexto, buscando aproximar os objetos do conhecimento de Matemática à realidade dos estudantes e propiciar uma formação crítica, delimitamos nosso estudo na Área do Conhecimento de Matemática para noções de função, juros compostos e logaritmos, e pautamos nossas discussões no âmbito da Educação Financeira Crítica.

De acordo com Batista (2021), com o apoio da OCDE e sua Rede Internacional de Educação Financeira (INFE) – instituições responsáveis por conduzirem pesquisas e desenvolver ferramentas para apoiar os formuladores de políticas e as autoridades públicas para projetarem e implementarem estratégias nacionais a serem desenvolvidas junto à população – após o ano de 2008, diversos países criaram políticas públicas que subsidiam a disseminação da Educação Financeira. Foi criada a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), órgão que viabiliza o desenvolvimento de iniciativas concretas tanto por vias públicas quanto privadas.

No Brasil, o Decreto Federal n.º 7.397, de 22 de dezembro de 2010 (Brasil, 2010), instituiu o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF), por meio da parceria de órgãos e entidades governamentais e organizações da sociedade civil. É importante ressaltar que esse decreto, aprovado durante o período de vigência do governo Lula, instituía a ENEF, cuja finalidade era promover a Educação Financeira e Previdenciária e contribuir para o fortalecimento da cidadania, da eficiência e solidez do sistema financeiro nacional e da tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores.

Durante o governo do presidente Jair Bolsonaro, o decreto foi revogado e entrou em vigor o Decreto Federal n.º 10.393, de 9 de junho de 2020 (Brasil, 2020), instituindo uma nova ENEF – que tem a finalidade de promover a Educação Financeira, Securitária e Previdenciária do país – e um Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF) composto por representantes dos seguintes órgãos e entidades: Banco Central do Brasil; Comissão de Valores Mobiliários; Superintendência de Seguros Privados; Secretaria do Tesouro Nacional da Secretaria Especial

de Fazenda do Ministério da Economia; Secretaria de Previdência da Secretaria Especial de Previdência e Trabalho do Ministério da Economia; Superintendência Nacional de Previdência Complementar; Secretaria Nacional do Consumidor do Ministério da Justiça e Segurança Pública; e Ministério da Educação.

Tanto a nova ENEF quanto a maioria dos órgãos e entidades que constituem o FBEF defendem uma concepção de Educação Financeira voltada para os interesses do Mercado, das instituições financeiras e dos setores privados. As intenções desses órgãos diferem da concepção de Educação Financeira defendida por pesquisadores que a discutem no contexto da Educação Matemática, dentre os quais podemos destacar Kistemann Jr. (2020); Campos (2020); Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021).

Para Kistemann Jr. (2020), as instituições escolares devem ter cuidado ao implementar a Educação Financeira em suas propostas escolares para não promoverem uma educação para o consumo de produtos financeiros e acúmulo de aquisições de bens que ameaçam o equilíbrio ambiental. O autor defende a implementação de currículos que transcendam o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos tradicionais (cálculo de taxas de juros; financiamento de bens materiais; empréstimos; objetos de desejo; entre outros) e que constem temas que propiciem o desenvolvimento da literacia financeira ou aprendizagem financeira. Temas que considerem a justiça social dos cidadãos, possibilitando a criticidade dos estudantes, levando-os, inclusive, a reivindicar dos governos a equidade de direitos, independente do gênero e da classe social a que pertencem.

Letramento financeiro, literacia financeira ou aprendizagem financeira consistem na capacidade do ser humano tomar decisões efetivas tendo em vista a gestão do dinheiro. O termo *literacia financeira* foi introduzido em nível internacional em 1997, pela *National Foundation for Educational Research*, que a definia como a aptidão de fazer julgamentos adequados e agir efetivamente a partir da administração do dinheiro. No entender de Kistemann Jr. (2020), essa visão é bastante limitada e privilegia o caráter instrumental direcionado à Educação Financeira: “aprender a lidar com dinheiro é muito pouco se as tomadas de decisão não estiverem alicerçadas em parâmetros éticos e cidadãos” (Kistemann Jr., 2020, p. 17).

A Educação Financeira, conforme aponta o autor, alinha-se à Educação Matemática Crítica proposta por Skovsmose (2021), no sentido de que uma concepção crítica da Matemática é fundamental para a vida das pessoas em sociedade. A Matemática pode ser usada para o bem ou para o mal, sendo que “uma reflexão crítica é necessária, e uma demanda ética passa a ser

um desafio importante para tudo o que se refere a Matemática” (Skovsmose, 2021, p. 89). Ao adquirir um produto, por exemplo, além de questões relacionadas aos preços, é necessário refletir se não é fruto de roubos ou compras ilegais; pensar nas formas de produção e transporte por parte das empresas envolvidas; na responsabilidade ambiental, entre outras. Nas salas de aula, essas discussões podem ser levantadas por meio da criação de cenários para investigação conforme dito alhures, de forma a propiciar debates de temas de cunho financeiros, interrelacionando-os a outros assuntos, como a sustentabilidade do planeta.

Outro ponto que merece destaque refere-se à definição de “Pensamento Financeiro Multidimensional”, apresentada por Kistemann Jr., Giordano e Souza (2023), cujo intuito consiste em promover a criticidade dos indivíduos consumidores envolvidos em situações financeiro-econômicas relacionadas à leitura e interpretação de dados multivariados. Segundo os autores,

O pensamento Financeiro Multidimensional engloba os conceitos e estratégias aprendidas e utilizadas na escola e além dela, que não possuem necessariamente uma formação financeira (Matemática Financeira-MF), e contempla ainda o aprendizado de temas de cunho financeiro problematizado, demandando o desenvolvimento de um raciocínio financeiro-econômico que instrumentalize cada indivíduo consumidor para desenvolver as competências inerentes ao Letramento Financeiro Multidimensional e construir significados em diferentes contextos (Kistemann Jr.; Giordano; Souza, 2023, p. 170).

Os pesquisadores ressaltam que o Pensamento Financeiro Multidimensional possibilita ao indivíduo-consumidor o aprimoramento do Letramento Financeiro Multidimensional. Por meio deste, é possível desencadear o aprimoramento da percepção, da tomada de decisão e das competências financeiras, responsáveis por produzirem novos comportamentos financeiros, mais complexos e engajados aos objetivos dos indivíduos, conduzindo-os a refletir sobre a realidade, gerando, assim, novos conhecimentos.

Em conformidade com as ideias anteriormente expostas, este estudo norteia-se pela seguinte questão: *de que maneira um processo de ensino e de aprendizagem implementado à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode potencializar a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos dos alunos e influenciar o entendimento dos conceitos relativos à Educação Financeira?* E pelos seguintes objetivos geral e específicos: Analisar os conhecimentos mobilizados/produzidos pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira Crítica, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica; a) Investigar situações de ensino e de aprendizagem que proporcionam aos alunos condições

favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval; *b*) verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal), nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos; *c*) investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos.

Em relação à abordagem, a pesquisa constitui-se de natureza qualitativa, tendo como principal instrumento de coleta de dados sequências de atividades elaboradas e desenvolvidas em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola da rede pública estadual, localizada na cidade de Montes Claros/MG. As sequências de atividades e intervenções da professora pesquisadora tiveram o objetivo de propiciar aos alunos condições favoráveis à mobilização/construção dos conhecimentos matemáticos utilizando os diferentes registros de representações semióticas, a saber: registro em língua materna; registro algébrico; registro figural; registro gráfico, e realizar o tratamento e a conversão entre eles, visando atender aos objetivos propostos para cada um dos artigos que compõem esta dissertação.

Em relação à técnica, enquadra-se na pesquisa participante. As intervenções da professora pesquisadora constituíram peças fundamentais para a obtenção dos dados para análise. Ademais, quanto à abordagem do problema, trata-se de natureza qualitativa.

Destarte, para o desenvolvimento desta investigação, foi realizada uma intervenção pedagógica contendo três sequências de atividades previstas para cinco horas/aula cada uma delas, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral, de uma escola da rede pública estadual, localizada em Montes Claros/MG.

A Sequência de Atividades I (Apêndice I), teve como objetivos específicos: *(i)* reconhecer funções, partindo-se de uma conta de energia elétrica, em suas representações em língua materna, algébrica e gráfica, convertendo-as de uma para a outra; *(ii)* identificar o domínio, a imagem, o crescimento e o decrescimento dessas funções; e *(iii)* levantar discussões no contexto da Educação Financeira Crítica.

Os objetivos específicos da Sequência de Atividades II (Apêndice II), foram: *(i)* utilizar os registros de representação necessários para a compreensão, resolução e comunicação dos

resultados de uma atividade e (ii) realizar o tratamento e a conversão entre registros distintos para a apreensão do conhecimento matemático por parte do aluno.

E, por fim, os objetivos específicos da Sequência de Atividades III (Apêndice III), foram: (i) realizar a coordenação entre registros distintos de representação como ferramenta de construção do conhecimento matemático; (ii) realizar, se necessário, a mudança de quadro ao resolver uma situação-problema dada. As análises dos registros dos alunos referentes a cada uma das três sequências de atividades constituem cada um dos artigos desta dissertação.

A escolha da turma e da escola se devem à pesquisadora, autora desta dissertação, atuar como professora no referido ano escolar e utilizar parte de suas aulas para o desenvolvimento das atividades em conformidade com o planejamento anual e autorização da equipe gestora e pedagógica da instituição.

A turma escolhida contém 25 alunos matriculados, todos foram convidados a participarem espontaneamente das atividades. Os pais ou responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), e um termo autorizando a divulgação de imagens referentes ao desenvolvimento das tarefas propostas. Os estudantes assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

Durante a intervenção, todos os participantes receberam o material impresso, o qual tiveram acesso apenas na presença da professora pesquisadora. A aplicação das sequências de atividades ocorreu durante os meses de outubro e novembro de 2022. Todo o material produzido está sob a responsabilidade da autora desta dissertação e será descartado após cinco anos da realização de sua coleta.

É importante ressaltar que a presente pesquisa passou pelo crivo do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), tendo sido aprovada conforme termo consubstanciado sob a indicação n.º 5.580.777, de 13 de agosto de 2022, e Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) n.º 61180122.6.0000.5146.

A aprovação se deu por respeitar os preceitos éticos da pesquisa envolvendo seres humanos e possuir mérito e relevância científica, pois tem o potencial de contribuir para a geração de novos conhecimentos para o campo da Educação Matemática, bem como para que os alunos participantes construam saberes de Educação Financeira relevantes para a vida cotidiana além dos muros da escola. Sendo assim, a próxima seção apresenta a organização da dissertação.

A organização da dissertação

A dissertação está organizada em formato *multipaper*, que consiste na compilação de dois ou mais artigos publicáveis, independentes e interligados por meio de um objetivo geral, contendo, em sua estrutura, um capítulo de introdução e outro de considerações finais, de forma articulada entre os artigos que a compõem.

Sendo assim, esta dissertação está estruturada da seguinte maneira: na Introdução, apresenta-se o tema de pesquisa, sua relevância para o campo do conhecimento da educação, em particular, da Educação Matemática, e breve referencial teórico acerca das teorias que fundamentam este estudo. No Artigo 1, tem-se, como ponto de partida, as contribuições da TRRS para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, promovendo discussões que conduzam os alunos a perceberem noções de função em situações cotidianas, de modo que possam tecer reflexões no contexto da Educação Financeira Crítica. No Artigo 2, discorre-se sobre a importância de o professor trabalhar com, pelo menos, dois registros de representações semióticas para favorecer a apreensão do objeto do conhecimento matemático por parte dos alunos. No Artigo 3, busca-se investigar o nível de conhecimento matemático dos estudantes ao realizarem as conversões entre os diferentes registros de representações semióticas.

Por fim, nas Considerações Finais, tem-se uma conclusão articulada entre a Introdução e os três artigos, de forma a responder aos objetivos propostos inicialmente. No último parágrafo, aponta-se perspectivas para que outras pesquisas possam ser desenvolvidas a partir desta.

Referências

ALKIMIM, Maria Eva Freire de. Relatos de minha trajetória pessoal, escolar e profissional. In: ALMEIDA, Shirley Patrícia Nogueira de Castro; PAULO, Hugo Barbosa de; CARDOSO, Luana Michele Soares. (Org.). *Memórias Revisitadas Trajetórias de Vida*. Montes Claros: HD, 2023, p. 241-253.

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BATISTA, Lucas Athadeu Silva *et al.* A Matemática Crítica Como Caminho Para a Promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 22, n. 3, p. 355-361, 2021.

BRASIL. Decreto Federal n.º 10.393, de 9 de junho de 2020. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira – FBEF. Diário Oficial da União, 10 jun. 2020.

BRASIL. Decreto Federal n.º 7.397, de 22 de dezembro de 2010. Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF. Diário Oficial da União, 23 dez. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CAMPOS, Celso Ribeiro. Aprofundando o estudo sobre a vertente comportamental da educação financeira. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 53-76.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática da Teoria à prática*. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012. 8. reimp. 2021.

DUVAL, Raymond. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. Tradução: Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p.15-38.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels): (fascículo I)*. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaines: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

JOHANN, Rafaela Cristina; MALANCHEN, Júlia. Interfaces entre interesses privados e públicos na educação escolar: o caso da Base Nacional Comum Curricular. *Revista Linhas*. Florianópolis, v. 22, n. 49, p. 132-155, maio/ago. 2021.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio. Economização, capital humano e literacia financeira na ótica da OCDE e da ENEF. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 15-52.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; PESSOA, Cristiane Azevêdo Santos. Educação Financeira: questionamentos e reflexões de três grupos de pesquisa. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 13-50.

KISTEMANN JR, Marco Aurélio; GIORDANO, Cassio Cristiano; SOUZA, Fabiano dos Santos. *Pensamento Financeiro e Letramento Estatístico: teorizações iniciais, desafios e*

possibilidades. *TANGRAM-Revista de Educação Matemática*, v. 6, n. 1, p. 162-184, 2023.

PONTES, Helaine Maria de Souza; DIONISIO, Fátima Aparecida Queiroz. Concepções de Peirce, Frege, Saussure e Duval sobre Semiótica: uma trajetória. In: BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p. 209-225.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica: A questão da democracia*. Tradução: Abigail Lins; e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas: Editora Papirus, 2021.

Educação Financeira Crítica nas aulas de Matemática: uma análise sob aspectos dos Registros de Representação Semiótica

Critical Financial Education and auls Mathematical: an analysis under aspects of Semiotic Representation Registers

Resumo: O presente artigo tem o objetivo de investigar situações de ensino e de aprendizagem que proporcionam aos alunos condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Para tanto, foi elaborada e desenvolvida uma sequência de atividades em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola pública no município de Montes Claros/MG. A sequência de atividades foi elaborada partindo-se de elementos da realidade dos estudantes, propiciando momentos de discussão, pesquisa e reflexão entre eles e a professora, primeira autora deste texto, de forma a viabilizar a mobilização/construção do conhecimento matemático dos participantes e levantar debates no âmbito da Educação Financeira Crítica. Para a construção deste, tem-se como ponto de partida as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, trazendo discussões que levem os alunos a perceberem noções de função em situações cotidianas e tecer reflexões no contexto da Educação Financeira Crítica. Os resultados apontam que práticas escolares alinhadas à realidade dos discentes tendem a despertar neles um melhor engajamento em benefício da construção do conhecimento matemático e, por sua vez, contribuem na formação de um sujeito crítico, autônomo, capaz de desempenhar um papel ativo na sociedade, reagindo a contradições sociais.

Palavras-chave: Educação Financeira Crítica. Matemática Financeira. Ensino e aprendizagem de Matemática. Registros de Representação Semiótica.

Abstract: This article aims to investigate teaching and learning situations that provide students with favorable conditions to attribute meaning and significance to mathematical objects, with a view to mobilizing/producing mathematical knowledge, in light of the Theory of Semiotic Representation Registers, by Raymond Duval. To this end, a sequence of activities was designed and developed in a 1st year class of Full-Time High School (EMTI), at a public school in the city of Montes Claros/MG. The sequence of activities was prepared based on elements of the students' reality, providing moments of discussion, research and reflection between them and the teacher, the first author of this text, in order to enable the mobilization/construction of the participants' mathematical knowledge and raise debates within the scope of Critical Financial Education. For the construction of this, the starting point is the contributions of the Theory of Semiotic Representation Registers to the teaching and learning processes of

Mathematics, bringing discussions that lead students to perceive notions of function in everyday situations and weave reflections in the context of Critical Financial Education. The results indicate that school practices aligned with the students' reality tend to awaken in them a better engagement for the benefit of the construction of mathematical knowledge and, in turn, contribute to the formation of a critical, autonomous subject, capable of playing an active role in society, reacting to social contradictions.

Keyword: Critical Financial Education. Financial math. Teaching and learning Mathematics. Records of Semiotic Representation.

1.1 Introdução

O objetivo deste artigo é investigar situações de ensino e de aprendizagem que proporcionam aos alunos condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

A referida teoria foi fundamentada no ano de 1995, por Raymond Duval⁶. Sua obra – *Sémiosis et pensée humaine* – é um marco na TRRS, e seus trabalhos ganharam visibilidade em vários países, inclusive no Brasil, influenciando fortemente os estudos em Educação Matemática.

Em nosso país, entre os estudiosos dessa teoria, destacamos o pesquisador Méricles Thadeu Moretti, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica e do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, na qual tem publicado e orientado diversas investigações em nível de Mestrado e Doutorado, nessa temática. Destacamos, também, a obra “As contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática”, organizada por Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti, na qual apresentam um conjunto de artigos que envolvem a TRRS (Brandt; Moretti, 2014).

No tocante a Educação Financeira (EF), esta, vem sendo discutida no âmbito acadêmico do campo da Educação Matemática (EM) e, geralmente, alinha-se aos pressupostos da Educação Matemática Crítica (EMC). O movimento da EMC surgiu em 1980 e, de acordo com Borba (2017), desenvolveu-se com expoentes como Marilyn Frankenstein e Arthur Powell, nos Estados Unidos; Paulus Gerdes e John Volmink, na África; Munir Fasheh, na Palestina; Ubiratan D’Ambrosio, no Brasil; e Ole Skovsmose e Stieg Mellin-Olsen, na Europa. Nem todos

⁶ Filósofo e Psicólogo de formação. Seus estudos na área de Psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo (França), têm contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática (Duval, 2009).

usaram a nomenclatura *Educação Matemática Crítica* para denominar parte de seus trabalhos voltados para isso e, certamente, há outras pessoas, em outros lugares do mundo, desenvolvendo práticas que se encaixam nesse movimento.

No entender de Batista *et al.* (2021), a EMC busca uma prática democrática no processo de ensino e de aprendizagem para que os alunos, além de resolverem exercícios, tenham condições de refletir e agir criticamente por meio da Matemática, em situações que a envolvem de alguma maneira.

Para Borba (2017), a EMC é um movimento que se preocupa com aspectos políticos da Educação Matemática, trazendo em sua gênese questionamentos como: a) A quem interessa a Educação Matemática? b) Para quem a EM deve estar voltada? c) Como evitar preconceitos nos processos analisados pela EM que sejam nefastos para grupos de oprimidos, como trabalhadores negros, índios e mulheres?

Skovsmose (2017) reitera que esse movimento discute a importância da relação professor-aluno no sentido de estabelecer parcerias, compreendendo a Educação Crítica em conformidade com Paulo Freire no que se refere a essa relação, em conexão com o que se chama de Pedagogia Emancipadora. Nesta, o professor, enquanto ensina, a partir do diálogo com os estudantes, também aprende e se torna conjuntamente responsável por um processo no qual todos crescem. Skovsmose (2017) traz para o centro do debate da Educação Matemática questões ligadas ao tema *poder*: “vindo da Dinamarca, minha perspectiva é a de estar nas imediações dos centros de poder, mas, ao mesmo tempo, no meio de um desenvolvimento altamente tecnológico; isso naturalmente influencia minha concepção de Educação Crítica” (Skovsmose, 2017, p. 101).

Skovsmose (2021) salienta que a EMC não se reduz a uma subárea da EM, bem como não se ocupa de metodologias, técnicas pedagógicas ou conteúdos programáticos. De acordo com Silva (2021), a EMC expressa preocupações no âmbito da EM que se relacionam a conceitos como: democracia; justiça e injustiça social; relações de poder; equidade; racismo; inclusão; conhecimentos prévios de alunos e professores; matemacia⁷; entre outros, e podem ser abordados em qualquer área, objeto do conhecimento ou espaço escolar: “não existe

⁷ *Matemacia* pode ser interpretada dando um enfoque ao aspecto social, formulando, inclusive, uma possível concepção de Educação Matemática para a cidadania (Skovsmose, 2021).

disciplina ou espaços específicos para que a Educação Matemática Crítica aconteça” (Silva, 2021, p. 9).

Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021) afirmam, com base em Skovsmose (2001), que a EMC, para ser crítica precisa reagir a contradições sociais, contestar os modelos existentes, indo além da própria Matemática. D’Ambrosio (2021) salienta que, ao adentrar os pressupostos da EM e EMC, por vezes o professor tem a sensação de não estar ensinando Matemática e pode se perguntar: “mas o que isso tem a ver com a Educação Matemática? e eu respondo: Tem tudo a ver” (D’Ambrosio, 2021, p. 9).

No entender de Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021), a EMC e a EF se coadunam à medida que seus fundamentos e suas preocupações se voltam para a formação de um sujeito crítico, autônomo e que saiba tomar decisões cotidianas em prol de melhorias em sua vida pessoal, social, econômica, responsável e em conformidade com princípios de ética e cidadania existentes na sociedade.

A Educação Financeira, na Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (Brasil, 2018), é fortemente mencionada entre os Temas Contemporâneos Transversais, indicando que deve perpassar as diversas áreas do conhecimento, indo além da Matemática. Entretanto, educadores matemáticos como Kistemann Jr. (2020); Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021) destacam a relação que essa temática possui com a área de Matemática e defendem que o domínio de conhecimentos matemáticos exerce influência na tomada de decisões mais conscientes por parte de indivíduos consumidores.

Para Batista *et al.* (2021), a EF é um tema complexo para ser abarcado apenas pela área do conhecimento de Matemática, justificando, assim, a necessidade de os professores que a ensinam abordá-la de forma inter ou transdisciplinar com as demais áreas.

Assim como a EMC, a EF também pode ser abordada em qualquer área ou objeto do conhecimento. É importante ressaltar que a EMC e EF não se limitam ao paradigma do exercício designado por Skovsmose (2021), uma vez que realizar procedimentos de cálculos sem uma reflexão sobre eles não contribuem para uma formação crítica e reflexiva do educando. A título de exemplificação, tomemos uma situação-problema extraída do livro “Um convite à Educação Matemática Crítica”, de Ole Skovsmose (2021).

Cuidar de um louco custa ao estado 4 marcos⁸ por dia. Cuidar de um aleijado, 4,5 marcos. De um epilético, 3,5 marcos. A média é de 4 marcos por dia e o número de pacientes é 300.000. Quanto seria economizado caso esses indivíduos fossem eliminados? (Skovsmose, 2021, p. 15).

A solução matemática para a situação é facilmente encontrada ao calcular o produto da média (4) pelo número de pacientes (300.000). No entanto, ao adentrar nos pressupostos da EMC e EF é mister enfatizar que situações-problema dessa natureza devem ser evitadas em sala de aula, uma vez que as reflexões às quais ela remete não condizem com os parâmetros de ética e cidadania para a formação de um cidadão em conformidade com os valores existentes na sociedade. É inaceitável concordar que eliminar pessoas seria a solução viável para o setor econômico e financeiro.

Da mesma forma, os pressupostos da EMC e EF não corroboram situações-problema que estimulem o acúmulo e/ou a economia de bens e recursos financeiros sem levar em consideração: a sustentabilidade do planeta, por meio de ações resultantes do consumismo exacerbado; e as empresas que produzem em massa, sem considerar a responsabilidade com o meio ambiente e não se preocupam com as suas diversas formas de produção, armazenamento, transporte, qualidade do produto, entre outras. É preciso pensar em uma concepção de ensino e de aprendizagem de Matemática e de Educação Financeira que considerem, também, o meio em que as pessoas vivem, suas culturas e as particularidades de cada um.

Nessa direção, corroboramos os estudos de Batista, Crisóstomo e Macêdo (2022a, 2022b) por considerarem pertinentes investigações sobre a Educação Financeira enquanto tema de pesquisa da Educação Matemática, permitindo a contextualização e aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais, além de ser um tema que diz respeito à formação para a cidadania, concedendo a capacidade de atuação de forma consciente e reflexiva frente a situações que envolvam a lida com o dinheiro.

Lá práctica docente que busca la aproximación entre los contenidos matemáticos y la realidad a través de una perspectiva crítica y reflexiva pone de manifiesto la necesidad de articulación de la matemática con temas contextualizados, lo que puede ser potenciado a través de un abordaje de temas específicos de la Educación Financiera, especialmente relacionados al escenario económico actual (Batista; Crisóstomo e Macêdo, 2022b, p. 195).

⁸ *Marco* refere-se a uma moeda alemã. Foi a moeda oficial na República Federal da Alemanha de 1949 a 2002. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Marco_alem%C3%A3o. Acesso em 18 jun. 2023.

Nesse sentido, o presente estudo busca propiciar discussões no âmbito da Educação Financeira Crítica nas aulas de Matemática, partindo de situações cotidianas dos alunos, como uma conta de energia elétrica, na qual se explora objetos do conhecimento, a título de exemplo: noções de função, domínio, contradomínio, crescimento e decréscimo, utilizando contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) em seus diversos registros de representações, dentre eles: registro em língua natural; numérico; algébrico; tabular e gráfico, que permitam aos alunos a mobilização/construção do seu conhecimento em benefício à vida em sociedade.

O estudo foi desenvolvido em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola da rede pública estadual, localizada no município de Montes Claros/MG. Os resultados da intervenção são apresentados posteriormente.

É importante mencionar que a presente pesquisa passou pelo crivo do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), sendo aprovada conforme termo substanciado sob a indicação n.º 5.580.777, de 13 de agosto de 2022, e Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) n.º 61180122.6.0000.5146.

Além da introdução, que apresenta o tema e situa o leitor em relação aos objetivos da pesquisa, organizamos o texto em seções, de modo que cada uma delas aborda: considerações entre Matemática Financeira e Educação Financeira; aspectos dos Registros de Representação Semiótica na aprendizagem de Matemática; procedimentos metodológicos; a sequência de atividades desenvolvida, os registros escritos dos alunos, e a discussão dos resultados. Por fim, são tecidas as considerações finais e aponta-se ideias para o desenvolvimento de novas pesquisas.

1.2 Considerações entre Matemática Financeira e Educação Financeira

Na BNCC de Matemática (Brasil, 2018), a EF é mencionada no interior de diversas habilidades. Algumas delas podem estar vinculadas a objetos do conhecimento da Matemática Financeira, outras não. Tanto Almouloud e Coutinho (2020) quanto Chiappetta e Silva (2021) destacam que é comum professores e alunos confundirem a EF com a Matemática Financeira (MF) presente no currículo de Matemática da Educação Básica desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997.

Chiappetta e Silva (2021) apresentam a EF e a MF sob a perspectiva de três enfoques, quais sejam: propósito, ênfase e finalidade. Para a EF, o propósito de compreensão da

informação, da formação e das orientações sobre conceitos e produtos financeiros; ênfase no interesse de conhecer valores e adquirir capacidade para reconhecer situações de oportunidades e riscos; e finalidade de formar indivíduos e sociedades conscientes em termos de consumo. Já para a MF, as autoras a definem como um ramo da Matemática cujo propósito é melhorar a compreensão da prática de cálculo ou procedimentos com valores datados dos produtos financeiros, em ênfase de modelos que permitam avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo, tornando como finalidade indivíduos e sociedades conscientes no trabalho com as moedas em seus estudos e análises.

De acordo com Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021), a EF não está, necessariamente, relacionada à MF, mas, dependendo da abordagem do professor, a MF consiste em uma ferramenta fundamental para a sua concessão, bem como para a tomada de decisão consciente. “Embora defendamos que a EF não depende, necessariamente, da MF, mas que em algumas situações ter domínios de conhecimentos matemáticos implica em tomar uma decisão financeira mais fundamentada” (Kistemann Jr.; Coutinho; Pessoa, 2021, p. 47).

No Brasil, após a criação do Decreto Federal 7.397, de 22 de dezembro de 2010 (Brasil, 2010), pesquisas que abordam a Educação Financeira ganharam força no âmbito acadêmico. O decreto instituiu o Comitê Nacional de Educação Financeira (CONEF), por meio da parceria entre entidades governamentais e organizações da sociedade civil. Consiste em uma política pública, de caráter permanente e tem como objetivo contribuir para o fortalecimento da cidadania, fornecendo e apoiando ações que ajudam a população na tomada de decisões financeiras (Batista, 2021).

É importante mencionar, conforme citado por Batista (2021), que, em 2020, o decreto foi revogado e substituído pelo Decreto n.º 10.393, de 9 de junho de 2020 (Brasil, 2020), que instituiu a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira (FBEF). Ambos são compostos por órgãos e entidades do governo que apoiam e intensificam a defesa de uma Educação Financeira voltada para interesses do Mercado.

No entender de Kistemann Jr. (2020), as escolas devem ter cuidado ao inserir a Educação Financeira em suas propostas pedagógicas, para não disseminar uma concepção que atenda aos interesses de órgãos e entidades que visam apenas a obtenção de lucros e pouco se preocupam com as reais necessidades das pessoas, como o combate à fome, à pobreza, às injustiças sociais, entre outras questões que assolam, principalmente, as mazelas sociais.

Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021, p. 48) destacam que “é papel dos educadores matemáticos, em projetos inter e transdisciplinares, promover esses caminhos e promover com a Educação Financeira a inclusão e a redução da desigualdade social que assola o contexto nacional e internacional”.

Na BNCC de Matemática do Ensino Fundamental, a EF é mencionada em algumas habilidades na unidade temática “Números”, e vincula-se a objetos do conhecimento pertencentes ao campo da Matemática Financeira, como: cálculo de porcentagem; porcentagem de porcentagem; juros; descontos e acréscimos; incluindo o uso de tecnologias digitais. Para o Ensino Médio, a BNCC de Matemática a menciona em habilidades inerentes à Matemática Financeira e, por vezes, aparece de forma implícita no interior de habilidades de outros objetos do conhecimento, como funções e logaritmos (Brasil, 2018).

É importante ressaltar que o ensino e a aprendizagem da Matemática Financeira não é garantia do entendimento da Educação Financeira, uma vez que esta relaciona-se à abordagem, ao aprofundamento e à ampliação dada pelo professor ao propiciar discussões que levem os alunos à compreensão dos seus conceitos. Dessa forma, atividades de MF podem se transformar em atividades de EF dependendo da abordagem, do aprofundamento e da ampliação atribuídos pelo docente, como no exemplo a seguir:

Calcule o juro que renderá um capital de R\$ 10 000, 00 aplicado a uma taxa de juros simples de 10% ao ano, durante cinco meses. Como vemos, é uma questão que não envolve um contexto, de modo que o estudante terá apenas que se utilizar de conhecimentos matemáticos. Não consideramos essa questão de Educação Financeira e sim apenas de Matemática Financeira, mas, no trabalho de sala de aula, dependendo da abordagem, do aprofundamento e da ampliação que o professor fizer, poderá criar uma atividade de EF (Kistemann Jr.; Coutinho; Pessoa, 2021, p. 38).

Um estudo apresentado por Santos e Pessoa (2021) analisou coleções de livros de Matemática do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2014 e classificou diversas atividades de Matemática Financeira como sendo de Educação Financeira. A justificativa para tal se deve às orientações presentes no manual do professor: “é importante destacar que a referida atividade é considerada como de EF por apresentar, no manual do professor, a orientação que está explicitada” (Santos; Pessoa, 2021, p. 121).

O texto das autoras destaca uma atividade extraída do livro do 4º ano da coleção “A Conquista da Matemática”, de 2014, que consiste em apresentar uma lista de materiais escolares que os pais deveriam adquirir para os filhos estudantes do 4º ano de um colégio fictício, e uma

lista de preços desses itens em uma papelaria, seguidas de duas perguntas para os alunos efetuarem procedimentos de cálculos. A lista contém os seguintes materiais e quantidades: 6 lápis pretos; 2 borrachas; 2 apontadores; 3 cadernos de 100 folhas; 1 caixa de lápis de cor com 12 cores; 1 caixa de tinta guache; 1 caixa de lápis de cor com 6 cores; 1 caderno de desenho; 4 cartolinas brancas; 100 folhas de papel sulfite; e 2 pastas com elástico.

Na lista de preços, apresenta-se os seguintes itens, quantidades e preços: apontador, 1 real (cada unidade); lápis preto, 3 reais (pacote com 6 unidades); caderno de 100 folhas, 5 reais (cada unidade); caderno de desenho, 3 reais (cada unidade); caixa de guache com 6 cores, 13 reais; cartolina 1 real a unidade; caixa de lápis de cor com 24 cores, 5 reais (cada unidade); papel sulfite, 4 reais (pacote com 100 folhas); caixa de guache com 12 cores, 20 reais; borracha, 1 real (cada unidade); lápis de cor com 12 cores, 4 reais (cada unidade); e, pasta com elástico, 2 reais (cada unidade).

A tarefa propunha: Dona Nair comprou, nesta loja, todos os itens do material de Camila, nas quantidades indicadas na lista. A) Você acha que essa compra ficou mais ou menos de 60 reais? B) No caderno, faça os cálculos para saber quanto Dona Nair pagou pela compra do material.

Atividades desse tipo são consideradas como Matemática Financeira, uma vez que existe uma resposta certa ao efetuar os procedimentos de cálculos. No entanto, as autoras classificaram-na como de EF, pois no manual do professor apresentava as seguintes orientações:

Pergunte aos alunos se seus familiares pesquisam os preços dos produtos antes de comprá-los e se consideram essa atitude importante. Aproveite para conversar com eles sobre a necessidade de levar em conta, além do preço do produto, também a relação custo-benefício, a disponibilidade do dinheiro e a necessidade real da compra. Comente que, às vezes, uma oferta pode ser atrativa, mas desnecessária, como a caixa com 12 cores da tinta guache, entre outros fatores importantes a considerar na hora das compras (Giovanni Jr.; Castrucci, 2014).

Na concepção de Santos e Pessoa (2021), a EF vai além da realização de procedimentos de cálculos. Os alunos devem ser instigados a pensar e avaliar seus comportamentos, atitudes e hábitos juntos a suas famílias, de modo que a transposição de atividades de conceitos tratados em sala de aula ofereça condições para que os discentes possam utilizá-los na vida cotidiana. Dessa maneira, a EF tem um papel importante no sentido de orientar as pessoas para tomadas de decisão, de forma consciente e responsável.

É importante ressaltar que na EF não existe resposta certa ou errada, isso depende do contexto em que cada pessoa vive, das condições financeiras, da necessidade em adquirir certos produtos, entre outros fatores. Da mesma forma, quando se trata de tomadas de decisão em finanças, não há uma única resposta correta, mas sim a que funciona de acordo com as condições de cada um, aplicando as alternativas de que dispõe, de uma forma que o faça se sentir confortável, sem arrependimentos posteriores. O educador deve ter consciência disso e estar subordinado a uma profunda responsabilidade social.

No entender de Batista (2021),

Educação Financeira é uma temática de considerável importância e seu ensino depende de um corpo docente devidamente letrado que conheça e domine os conceitos da Matemática Financeira, bem como aplique em suas aulas os pressupostos da Matemática Crítica, conduzindo os alunos à apropriação dos conceitos matemáticos com vistas ao exercício da cidadania (Batista, 2021, p. 56).

Nesse contexto, julga-se relevante que o professor conheça teorias e estratégias de ensino e de aprendizagem que contribuam para a aprendizagem, de forma que os alunos possam se apropriar dos conceitos matemáticos e utilizá-los em benefício de uma formação para a vida em sociedade. Nessa direção, a seção a seguir descreve, brevemente, perspectivas dos Registros de Representação Semiótica na aprendizagem de Matemática.

1.3 Aspectos dos Registros de Representação Semiótica na aprendizagem de Matemática

A Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS), fundamentada por Raymond Duval, em 1995, é muito discutida no campo da Educação Matemática e exerce influência em seus processos de aprendizagem. A partir da teoria, Duval (2009), salienta que o aluno aprende Matemática quando consegue atribuir sentido e significado ao objeto estudado. O autor aprofunda a teoria em um enfoque cognitivista, que busca explicar como a aprendizagem de Matemática é mobilizada pelos estudantes para que a compreensão e a assimilação dos objetos de conhecimento sejam consolidadas.

No que se refere à aprendizagem de Matemática, Duval (2009) aponta que seu processo de construção/assimilação se dá por meio de representações semióticas. Não é possível acessar um objeto matemático a não ser por meio de suas representações. Dessa forma, o estudioso aponta que a TRRS é uma teoria semiocognitiva, com foco nos processos de aprendizagem da Matemática.

Para Duval (2009), a aprendizagem de Matemática constitui um campo de estudo privilegiado para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e, também, a compreensão de textos. A particularidade da aprendizagem de Matemática considera que essas atividades cognitivas demanda a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens: sistemas variados de formas de escrituras para os números; notações simbólicas para objetos; escrituras algébricas e lógicas paralelas à língua natural e que consigam exprimir as relações e as operações; figuras geométricas; representações em perspectivas; gráficos cartesianos; redes; diagramas; esquemas; entre outros. Muitos sistemas semióticos de representação e de expressão são essenciais para o desenvolvimento de atividades cognitivas e, também, do pensamento.

Duval (2009) explica que um número pode ser representado de diversas formas, dentre elas: a escritura decimal, a escritura fracionária e a escritura com exposição. No entanto,

É preciso distinguir a significação operatória fixada ao significante e o número representado. Assim a significação operatória não é a mesma para $0,25$, para $\frac{1}{4}$, e para $25 \cdot 10^{-2}$. Porque não são os mesmos procedimentos de adição que permitem efetuar as três adições seguintes: “ $(0,25 + 0,25 = 0,5;)$ ” “ $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2};)$ ” “ $(25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 10^{-2})$ ”. Cada um destes três significantes “ $(0,25, \frac{1}{4}, 25 \cdot 10^{-2})$ ” têm uma significação operatória diferente, mas representa o mesmo número (Duval, 2009, p. 60).

A compreensão matemática exige que o aluno consiga diferenciar um objeto de sua representação, atribuindo tratamento ao registro de representação efetuado, ainda que faça naturalmente a conversão necessária entre eles. O tratamento é a transformação sofrida dentro de um mesmo registro de representação, e a conversão é a transformação de um registro de representação em outro registro. O tratamento é a transformação que os professores mais utilizam em salas de aula, porém, é na conversão entre registros distintos que a aprendizagem matemática ocorre (Duval, 2009). Segundo Bassoi e Peccin (2014, p. 192), “do ponto de vista pedagógico, Duval (2009) afirma que os professores exploram somente os tratamentos em sala de aula, mas é na conversão entre diferentes registros de representação semióticos que a aprendizagem matemática ocorre”.

Tomando como referência a TRRS neste estudo, procurou-se utilizar os tratamentos e conversões como parâmetros de análises dos registros escritos por alunos durante o desenvolvimento das tarefas propostas na sequência de atividades. As seções a seguir

apresentam o percurso metodológico realizado para obtenção e análise dos dados desta pesquisa.

1.4 Procedimentos metodológicos

Esta investigação se enquadra na técnica de pesquisa participante. De acordo com Brandão (2006), o que define uma pesquisa como participante não é apenas a atuação de atores sociais como coadjuvantes, mas sim o fato de que ela se projeta, realiza e desdobra por meio da participação ativa e crescente de tais atores. As intervenções da professora – autora desta dissertação – e a participação e engajamentos dos alunos constituíram peças fundamentais para a obtenção dos dados.

Quanto à abordagem do problema, trata-se de um estudo de natureza qualitativa. Minayo (2007) salienta que a pesquisa qualitativa se ocupa com um nível de realidade que não pode ou não deveria ser quantificado, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Sua preocupação não consiste em mensurar com números e dados obtidos por meio de questionários ou entrevistas, por exemplo, haja vista que o foco é entender aspectos mais subjetivos, como comportamentos, ideias, pontos de vista, entre outros.

Para a realização, foi elaborada uma sequência de atividades, desenvolvida em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), em uma escola da rede pública estadual, situada no município de Montes Claros/MG, sob a responsabilidade desta autora, que também atuava como regente da referida turma, ministrando 5 horas/aula (h/a) semanais, sendo: 1 h/a de Nivelamento Matemático; 2 h/a de Práticas Experimentais e 2 h/a de Tutoria, componentes curriculares do EMTI, no ano 2022. Utilizando essas aulas para o desenvolvimento da sequência de atividades, principal instrumento de coleta de dados desta pesquisa.

A realização das tarefas propostas na sequência de atividades ocorreu entre os dias 24 de outubro de 2022 e 31 de outubro de 2022, em 6 h/a. Todos os alunos receberam o material impresso e tiveram acesso a ele apenas durante o horário de aula, na presença da professora pesquisadora. Foram utilizados a observação sistemática e anotações de falas dos estudantes durante as aulas. Como registros físicos para análise posterior, foram recolhidas todas as anotações feitas pelos alunos. Não foram usados recursos de gravações de áudio.

As tarefas propostas na sequência de atividades tiveram como objetivos específicos: (i) reconhecer funções, partindo de uma conta de energia elétrica, em suas representações em

língua materna, algébrica e gráfica, convertendo tais representações de uma para a outra; (ii) identificar o domínio, a imagem, o crescimento e o decrescimento dessas funções; (iii) levantar discussões no contexto da Educação Financeira Crítica.

Participaram dessas atividades 18 alunos, que aceitaram o convite e estiveram presentes nas 6 horas/aula da professora pesquisadora, no período mencionado. Eles foram orientados quanto aos objetivos da pesquisa e informados que suas identidades seriam preservadas em consonância aos princípios éticos adotados nas pesquisas com seres humanos. Dessa forma, a sequência de atividades constitui o principal instrumento de coleta de dados. Todas as tarefas propostas foram realizadas em sala, na presença da professora pesquisadora e contou com a mediação desta sempre que necessário. Ao final de cada aula, as atividades eram recolhidas e entregues posteriormente, para dar prosseguimento.

Durante a realização das atividades, a professora pesquisadora observou atentamente a participação dos alunos, o envolvimento com as atividades e o diálogo estabelecido entre alunos e a docente. À medida que surgiam dúvidas, estas eram imediatamente esclarecidas pela professora ou pelos demais alunos. Para preservar a identidade dos participantes e visando acompanhar o processo de construção do conhecimento de cada um deles, suas produções foram numeradas de forma aleatória, de 1 a 18, sendo, portanto, denominados como aluno A1, A2, A3... A18. Os resultados são apresentados na seção a seguir.

1.5 A sequência de atividades e os registros escritos dos alunos

A aplicação da sequência de atividades ocorreu em 6 horas/aula de 50 minutos, sendo que a primeira aconteceu na sala de vídeo e foi destinada à exploração inicial do tema. Para isso, foi exibido o vídeo “CONTA DE LUZ, aquilo que não te contaram⁹”. Em seguida, os estudantes conversaram sobre a importância do pagamento de impostos; para onde vai o dinheiro dos impostos que pagamos; quais as consequências para clientes que roubam energia elétrica fazendo o uso de “gatos” em suas redes; como as companhias energéticas fazem para não arcar com prejuízos oriundos desses roubos; entre outras problematizações.

A metodologia utilizada nesta aula vai ao encontro dos cenários para investigação propostos por Skovsmose (2021). Neles, o professor não consegue prever os rumos que a aula pode tomar: “as trilhas dos cenários para investigação não são tão bem demarcadas” (Skovsmose, 2021, p. 47). Para o autor, o momento em que um cenário para investigação é

⁹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=LS46YMbaRhc>. Acesso em 18 jun. 2023.

apresentado aos alunos é uma abertura de possibilidades, podendo ser utilizadas atividades que envolvem pesquisa, pois “isso é bem diferente do que se costuma ver no ensino tradicional de Matemática, com suas baterias de exercícios prontos” (Skovsmose, 2021, p. 46).

Nessa direção, antes de adentrar a Tarefa 1, proposta na sequência de atividades, a professora pesquisadora julgou pertinente planejar uma aula extra (aula 2), para que algumas problematizações que foram levantadas na aula 1 pudessem ser aprofundadas. Dessa forma, a aula seguinte aconteceu no laboratório de informática da escola e utilizou a pesquisa na *internet* como recurso didático pedagógico.

Os alunos assistiram ao vídeo “Educação Fiscal e Cidadania – Tributos: Que história é essa?”¹⁰ e, em seguida, pesquisaram, fizeram anotações e compartilharam seus registros com os demais colegas e com a professora pesquisadora. A aula foi direcionada com base nas seguintes problematizações: 1) O que são impostos? 2) Por que pagamos impostos? 3) Para onde vai o dinheiro dos impostos que pagamos? 4) Na sua opinião, é importante pagar impostos? Por quê? 5) Você tinha noção que os impostos, taxas e contribuições são incluídos nos produtos e serviços que consumimos diariamente? Comente.

As discussões e reflexões proporcionadas por essa aula contribuíram para que os alunos tivessem ideias/noções da importância e finalidade da cobrança de impostos, embora também relataram que não “acha bom” pagar tantos impostos.

Com base nos diálogos e registros dos participantes (apresentados abaixo), é possível inferir que eles compreendem a finalidade da cobrança dos tributos, embora considerem um peso no orçamento das famílias com rendas salariais baixas. Questionam, também, a necessidade de tantos tributos que somos obrigados a pagar, além das dificuldades encontradas principalmente pelas famílias mais pobres.

Sim, eu tinha noção que os impostos e taxas diversas são incluídos quando compramos algum produto, não acho bom mas temos que pagar (A3).

Cabe a nós entender que os impostos são a fonte para oferecer aposentadorias, saúde, educação, serviços públicos, etc. Funciona assim, todos os impostos arrecadados vão para o governo federal. Depois, para estados e municípios (A3).

De fato, a cobrança de impostos é necessária para o funcionamento dos serviços públicos (A5).

É por meio da arrecadação de tributos (impostos, taxas e contribuições sociais) que a máquina pública estatal se mantém (A9).

¹⁰ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=YNZqtHbAMHA>. Acesso em 18 jun. 2023.

Os tributos são a fonte de recursos que devem retornar à população por meio da prestação de serviços públicos, dentre eles: saúde, educação, meios de transporte, melhoria nas estradas e rodovias, alimentação, prédios públicos (A1).

Produtos essenciais como arroz, feijão, água, e outros indispensáveis a sobrevivência deveriam ser isentos de impostos (A7).

Os mais pobres não deveriam sofrer tanto com altas tarifas de impostos que são embutidos principalmente nos itens da cesta básica (A2).

Os ricos deveriam pagar mais impostos. Arroz, feijão, verduras, e demais alimentos que compõem a cesta básica dos mais pobres, deveriam ser isentos de impostos (A7).

Não acho tão importante que pessoas de renda baixa pagarem impostos na mesma quantidade que pessoas ricas (A14).

Eu tinha noção que os impostos são incluídos nos produtos que consumimos, mas, eu acho que muitos dos impostos são desnecessários (A10).

Imposto é tudo o montante de dinheiro que os cidadãos de um país devem pagar ao estado para garantir a funcionalidade dos serviços públicos e coletivos (A3).

Sobre os impostos incluídos nos produtos, eu acho uma forma justa de cobrança, mas, em certas circunstâncias eles passam dos limites em alguns produtos (A17).

É importante pagar impostos para ajudar o nosso país. Pois, pode garantir a prestação de serviços e cumprir suas obrigações perante a sociedade (A6).

Os registros realizados pelos participantes corroboram Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021) no sentido de que aulas no contexto da EF e EMC abrem espaços para discussões amplas, que possibilitam despertar nos alunos uma consciência política, de modo que pensem na inclusão econômica e social dos cidadãos, buscando consolidar a justiça social.

Para Skovsmose (2017), a principal atividade do estudante não é frequentar aulas, mas gerar e se envolver em atividades que promovam uma interação com professores e demais colegas, de forma a desempenhar um papel ativo na identificação e luta pelo combate às disparidades sociais. Com base em Giroux (1989), Skovsmose (2017) enfatiza que a escola precisa ser defendida como um serviço que educa discentes a serem cidadãos críticos que sejam capazes de desafiar e acreditar que suas ações farão diferença na sociedade. Portanto, aos estudantes devem ser apresentadas as formas de conhecimento que lhes deem a convicção e a oportunidade de lutar por uma qualidade de vida com todos os benefícios do ser humano.

Dando prosseguimento às tarefas propostas na sequência de atividades, na terceira aula, os alunos foram organizados em grupos com cinco integrantes. Cada aluno recebeu o material impresso (sequência de atividades com três tarefas) e uma conta de energia elétrica residencial do município de Montes Claros.

Na Tarefa 1 (aula 3), o ponto de partida se deu por meio de uma conta de energia elétrica da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG). Nela, os alunos observaram os impostos

que são cobrados; as tarifas adicionais; o preço do quilowatt-hora (kwh) com e sem a cobrança de impostos; analisaram como é feito o cálculo do valor a pagar em uma conta de energia elétrica; discutiram acerca dos juros que são cobrados em caso de atrasos; entre outras. Realizaram discussões, fizeram anotações individuais e, ao final da aula, compartilharam suas ideias com os demais grupos.

É importante mencionar que, em Minas Gerais, a alíquota do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) corresponde entre 18% e 30% e na conta de energia deve ser calculado sobre o consumo e não sobre o valor total a pagar. Os alunos realizaram procedimentos de cálculos de porcentagem a fim de verificar se havia alguma irregularidade nos valores cobrados nas contas disponibilizadas em sala de aula.

A partir do item k, na Tarefa 1 (Figura 1), pergunta-se: *k) Há alguma regularidade entre o consumo mensal de kwh e o preço total a pagar? Comente. l) É possível representar essa regularidade com uma sentença matemática? Qual sentença? m) Essa regularidade representa uma função? Comente. n) Se esta regularidade é uma função, qual é o seu conjunto domínio? Justifique sua resposta. o) Se esta regularidade é uma função, qual o contradomínio? Justifique sua resposta. p) Se esta regularidade é uma função, qual o conjunto imagem dessa função? Justifique sua resposta. q) Se esta regularidade representa uma função, ela é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.*

Para responder esses itens, os alunos dialogavam com integrantes do grupo e também com as demais equipes, enquanto a professora pesquisadora fazia as mediações necessárias. No interior dos grupos, era possível perceber o diálogo entre eles: “‘*como encontrar o domínio de uma função?*’ ‘*E o contradomínio?*’ ‘*Essa sentença matemática, não estou conseguindo construir. De cara dá para perceber que é uma função crescente, né? Pois quanto maior o consumo em kwh, maior o valor a pagar.*’”

Destaca-se que o diálogo estabelecido pelos grupos teve um papel fundamental na mobilização/construção do conhecimento por parte dos alunos. As discussões foram coletivas e os registros escritos individuais, uma vez que cada um deles possuía em mãos uma conta de energia elétrica com dados diferentes. Veja o registro escrito do aluno A9 (na Figura 1).

Figura 1: Registro realizado pelo aluno A9

k) Há alguma regularidade entre o consumo mensal de Kw/h e o preço total a pagar? Comente.
 Sim

l) É possível representar essa regularidade com uma sentença matemática? Qual sentença?
 Sim. $f(x) = 0,95x + e$

m) Essa regularidade representa uma função? Comente.
 Sim, uma função de 1º Grau

n) Se esta regularidade é uma função, qual é o conjunto domínio dela? Justifique sua resposta.
 Qualquer valor maior que zero, porque x representa o valor referente aos Kw/h.

o) Se esta regularidade é uma função, qual o contradomínio? Justifique sua resposta.
 O contradomínio será os números reais.

p) Se esta regularidade é uma função, qual o conjunto imagem dessa função? Justifique sua resposta.
 Um número real.

q) Se esta regularidade representa uma função, ela é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.
 Ela é uma função crescente. Pois quanto maior o consumo de Kw/h, maior o preço a pagar.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Sim.

Sim. $F(x) = 0,95 + e$

Sim. Uma função de 1 grau

Qualquer valor maior que zero, porque x representa o valor referente ao kw.

O contradomínio são os números reais. Um número real.

Ela é uma função crescente, pois quanto maior o consumo de Kw maior o preço a pagar (Transcrição do registro de A9).

Observe que a mobilização/construção do conhecimento por parte do aluno se deu a partir do interesse dele em acionar o pensamento e construir suas respostas com base nos dados apresentados na conta de energia elétrica e em seus conhecimentos prévios. Dos 18 alunos que realizaram essa tarefa, todos tiveram dificuldade em relatar de forma escrita o que se entende por *domínio* e *contradomínio* de uma função, sendo necessário uma explanação do tema em um momento posterior, a fim de melhorar a compreensão desses conceitos.

O registro algébrico utilizado para encontrar a sentença matemática no item *l* foi realizado de forma espontânea apenas por 4 alunos (aproximadamente 22,2%), os demais necessitaram de auxílio da professora pesquisadora. Esse dado corrobora os estudos de Duval (2009), no sentido de que os discentes consideram difíceis a passagem e a coordenação de um registro a outro, embora essa condição seja primordial para a aprendizagem em Matemática, de modo que, quanto mais natural ocorra, maior é o nível de conhecimento matemático do aluno:

Mudar a forma de uma representação se revela ser, para muitos alunos nos diferentes níveis de ensino, uma operação difícil e, por vezes, mesmo impossível. Tudo se passa como se a compreensão que a grande maioria dos estudantes tivesse de um conteúdo ficasse limitada à forma de representação utilizada (Duval, 2009, p. 34).

Na quarta aula, a Tarefa 2 possibilitou aos alunos levantarem discussões acerca dos juros que são cobrados em caso de atraso em uma conta de energia elétrica e utilizarem diferentes registros de representação semiótica, dentre os quais: registro decimal; registro em porcentagem; registro tabular; registro algébrico e o registro gráfico, para efetuarem os procedimentos de cálculos solicitados. Essa tarefa exigiu dos discentes a utilização de alguns registros de representação semiótica, bem como a passagem de um registro a outro. Na Figura 2, registros da aluna A17, veja que, a partir do registro tabular, foi possível criar a sentença matemática no item d, e construir o gráfico no item e. Percebe-se o uso de diferentes registros de representação como ferramenta didático-metodológica importante para a aprendizagem da Matemática. Ressalta-se que os cálculos, nesta tarefa, foram realizados utilizando calculadora.

Nessa tarefa, a abordagem dada nas discussões orais contribuiu para o entendimento da Educação Financeira. Os procedimentos de cálculos efetuados levaram os alunos a entenderem que, caso tenham possibilidade de escolhas, as famílias devem se organizar para quitar boletos de energia elétrica, água, *internet* ou outros, até a data do vencimento, pois, após a data-limite, é possível que sejam cobradas taxas de juros e multas, como demonstrado na tabela do item c.

Figura 2: Registros da aluna A17

c) Quanto será cobrado de multa mais juros, na próxima conta, se o cliente atrasar o pagamento desta conta em 1 dia? e se atrasar 10 dias? E se atrasar 25 dias? E se atrasar 30 dias?

(x) valor da conta	multa 2%	(d) dias em atraso	(y) Valor a pagar
76,00	1,52	01 $0,02 \times 76$	1,54
76,00	1,52	10	1,77
76,00	1,52	25	2,14
76,00	1,52	30	2,27

d) Represente algebricamente y em função de x e d , sendo y (total de multa mais juros), x (valor total da conta) e d (número de dias em atraso).

$y = 2\% (x) + 0,023\% (x) \cdot (d)$

e) Esboce um gráfico que representa y em função de x e d conforme item (c) e (d).

f) A função representada no gráfico é uma função crescente ou decrescente?

crescente

g) Qual o domínio, contradomínio e imagem dessa função?

*domínio é representado pelo numero de dias
Contradomínio é o valor dos juros*

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Lembrando que, de acordo com Skovsmose (2017), a Matemática não pode estabelecer relação de poder sobre as pessoas. Tomada de decisão requer análise crítica da situação vivenciada, visto que, quando se trata de finanças, existem outros fatores que devem ser levados em consideração, por exemplo, se uma família, na data de vencimento de um boleto como uma conta de energia elétrica, não dispõe de recursos para quitação, ou precise utilizar o dinheiro que foi reservado para esse fim para aquisição de itens indispensáveis, como alimentos e remédios. É preciso ter em mente que a tomada de decisão em finanças depende de fatores

diversos e das condições financeiras de cada pessoa envolvida. É papel da Educação Financeira Escolar orientar as pessoas para tomadas de decisão que sejam as mais adequadas, levando em consideração a realidade dos envolvidos.

Na quinta aula, foi proposto aos alunos a realização da Tarefa 3, que consistiu em resolver duas situações-problema de Matemática Financeira que foram adaptadas de um livro didático de Matemática do Ensino Médio (Figuras 3 e 4). No entender de Santos e Pessoa (2021), situações-problema dessa natureza são de Matemática Financeira, mas podem se tornar de Educação Financeira a depender da abordagem e do aprofundamento atribuídos pelo professor em sala de aula. Por exemplo, pode-se perguntar aos alunos: como as famílias devem fazer para economizar gás; se elas pesquisam os preços do botijão em lugares distintos antes de efetuarem a compra; se é possível economizar na conta de telefone; quais operadoras oferecem planos melhores para os clientes; entre outros questionamentos.

Para encontrar a solução dos problemas propostos, tanto o aluno A9 (Figura 3) quanto a aluna A17 (Figura 4) utilizaram diferentes registros de representação: numérico, decimal, fracionário, percentual, registro em língua natural. Realizaram o tratamento e a conversão e souberam coordenar esses registros em conformidade com as normas internas a cada um deles. Com esses dados, A9 e A17 demonstraram domínio dos conceitos matemáticos abordados e utilizaram a língua natural para comunicar os cálculos realizados e os resultados obtidos.

Figura 3: Registros do aluno A9

1- (Jezi, 2016) (Adaptada) Uma conta de gás, no valor de R\$ 140,00, com vencimento para 13 de abril de 2022, trazia a seguinte informação: "se a conta for paga após o vencimento, incidirão sobre o seu valor multa de 2% e juros de 0,033% ao dia, que serão incluídos na conta futura". Qual será o acréscimo a ser pago por um consumidor que quitou o débito em 17 de abril de 2022? E se ele tivesse atrasado o dobro do número de dias para efetuar o pagamento?

$\frac{0,03}{100}$ de 140 = 0,042
 $\frac{2}{100}$ de 140 = 2,80
 $\begin{array}{r} 0,042 \\ \times 4 \\ \hline 0,168 \end{array}$ $\begin{array}{r} 0,168 \\ + 2,800 \\ \hline 2,968 \end{array}$ Para 8 dias:
 $\begin{array}{r} 0,042 \\ \times 8 \\ \hline 0,336 \end{array}$ $\begin{array}{r} 0,336 \\ + 2,968 \\ \hline 3,304 \end{array}$

O acréscimo a ser pago ao consumidor será R\$ 2,96.
 Para 8 dias, o valor a ser pago será de R\$ 3,13.

2 - Uma conta telefônica trazia a seguinte informação: "contas pagas após o vencimento terão multa de 2% e juros de mora de 0,04% ao dia, a serem incluídos na próxima conta". Sabe-se que Eliza se esqueceu de pagar a conta do mês de agosto de 2022, no valor de R\$ 255,00. Na conta do mês de setembro foram incluídos R\$ 7,14 referentes ao atraso do mês anterior. Com quantos dias de atraso Eliza pagou a conta do mês de agosto?

$\frac{2}{100}$ de 255 = 5,1 $\frac{7,14}{5,10}$ $\frac{0,04}{100}$ de 256 = 0,1024
 Primeiro, calculei o juros de 2% e a quantidade de juros de 0,04% que foi aplicada. Com o valor restante (2,04) eu dividi por 0,1024, assim achando o número de dias em que a conta foi atrasada.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Com base nos registros do aluno A9, percebe-se domínio dos conteúdos abordados a partir da utilização de diferentes registros e, também, da comunicação escrita em língua natural para expressar os resultados e explicitar os passos que foram utilizados para encontrá-los.

A17 (Figura 4) também explorou a língua natural tanto para explicitar os passos utilizados quanto para comunicar os resultados encontrados, demonstrando domínio dos objetos do conhecimento matemático necessários para se chegar à solução das atividades.

Figura 4: Registros da aluna A17

1- (Iezzi, 2016) (Adaptada) Uma conta de gás, no valor de R\$ 140,00, com vencimento para 13 de abril de 2022, trazia a seguinte informação: "se a conta for paga após o vencimento, incidirão sobre o seu valor multa de 2% e juros de 0,033% ao dia, que serão incluídos na conta futura". Qual será o acréscimo a ser pago por um consumidor que quitou o débito em 17 de abril de 2022? E se ele tivesse atrasado o dobro do número de dias para efetuar o pagamento?

A conta foi quitada em 4 dias de atraso. Se a conta for paga com atraso, terá um acréscimo de 2% que equivale a R\$ 2,80. Para cada dia de atraso, acrescenta-se 0,033%, que neste caso corresponde a R\$ 0,04 ao dia, em quatro dias o acréscimo será 0,16. O acréscimo total foi de R\$ 2,96. Para 8 dias o acréscimo foi de R\$ 3,12.

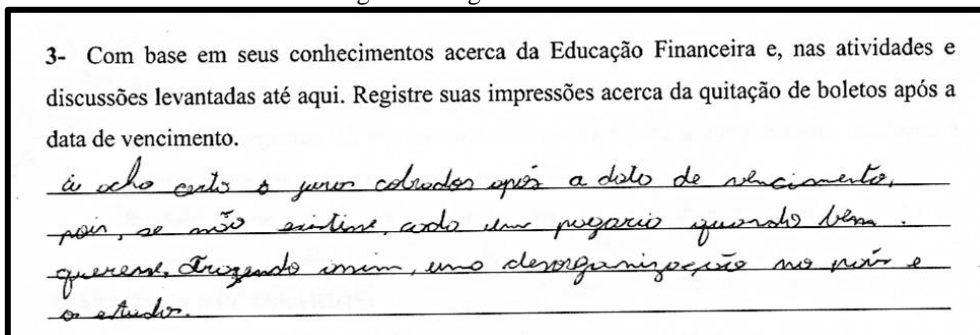
2 - Uma conta telefônica trazia a seguinte informação: "contas pagas após o vencimento terão multa de 2% e juros de mora de 0,04% ao dia, a serem incluídos na próxima conta". Sabe-se que Eliza se esqueceu de pagar a conta do mês de agosto de 2022, no valor de R\$ 255,00. Na conta do mês de setembro foram incluídos R\$ 7,14 referentes ao atraso do mês anterior. Com quantos dias de atraso Elisa pagou a conta do mês de agosto?

Primeiro se calcula 2% de 255 que obtive 5,1. Subtraí 5,1 de 7,14 e obtive 2,04 que equivale ao juros de mora, depois dividi 2,04 ÷ 0,10 = 20 dias.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na sexta e última aula desta sequência de atividades, os alunos foram convidados a refletirem sobre a importância de realizar o pagamento de boletos até a data de vencimento, como forma de não serem penalizados com juros e multas resultantes de atrasos. A partir do diálogo e dos registros dos estudantes, a maioria deles relatou que, em sua opinião, é correto as empresas realizarem a cobrança de juros e multas proporcionais aos dias de atraso como forma de punição àqueles que não cumprirem as regras estabelecidas, para que não haja desorganização nos setores responsáveis. Veja, na Figura 5, o comentário do aluno A8.

Figura 5: Registro do aluno A8



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Eu acho certo os juros cobrados após a data de vencimento, pois, se não existisse, cada um pagaria quando bem quisesse, trazendo uma desorganização ao país e em tudo (Transcrição do registro de A5).

É importante ressaltar que a quitação de boletos até a data de vencimento pode ser facilmente realizada em um contexto no qual todas as famílias possuem rendas com recursos suficientes para a garantia dos direitos básicos à sobrevivência, entretanto, isso nem sempre condiz com a realidade da maioria das famílias brasileiras.

Há muito o que lutar para que esses direitos sejam consolidados. Cabe a nós, educadores, educadores matemáticos, estudiosos da Educação Financeira, a luta para que esses direitos cheguem, de fato, às famílias de todos os cantos do país.

1.6 Considerações finais

Nosso objetivo, neste artigo, foi investigar situações de ensino e de aprendizagem que proporcionam aos alunos condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.

Para tanto, partimos de situações cotidianas dos alunos, como uma conta de energia elétrica, na qual exploramos objetos do conhecimento, dentre eles: noções de função, domínio, contradomínio, crescimento e decréscimo em uma perspectiva contextualizada. Utilizamos, também, as contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) em seus diversos registros de representações: registro em língua natural; numérico; algébrico; tabular e gráfico, que permitam aos alunos a mobilização/construção do seu conhecimento em benefício à vida em sociedade. Assim, proporcionamos reflexões de Educação Financeira Crítica tendo em vista a formação crítica do aluno e seu preparo para o exercício da cidadania.

A partir das discussões em sala de aula, bem como o desenvolvimento das sequências de atividades e os registros dos participantes, inferimos que, os alunos, ainda que estejam a caminho da vida adulta, já compreendem a finalidade da cobrança de tributos. Desse modo, os discentes já são capazes de debater acerca da necessidade dos impostos, mas ressaltam e questionam a interferência que o pagamento tributário ocasiona no orçamento de famílias com baixas rendas salariais.

As argumentações levantadas e as leituras realizadas nos levaram a entender a importância da Educação Financeira Crítica na vida das pessoas, bem como a responsabilidade da escola na transformação social e econômica das pessoas ao propiciar a disseminação de uma concepção de Educação Financeira que vá ao encontro de uma formação de cidadãos críticos, responsáveis e que tenham autonomia para exercer suas tomadas de decisão em conformidade com princípios de ética e de cidadania existentes na sociedade.

É possível encontrar vertentes de Educação Financeira que estimulem práticas de empreendedorismo, assim como pessoas ligadas a setores que se sobressaem financeiramente mesmo sem terem frequentado a escola. No entanto, é impossível encontrar médicos, engenheiros ou demais profissionais que não passaram pelo processo de escolarização.

Não corroboramos práticas de Educação Financeira que se limitem a gerir recursos financeiros, estimulem apenas o empreendedorismo ou que somente promovam a aquisição de produtos bancários. Também não nos limitamos a propagar o ensino de compras e vendas de ações no mercado financeiro. Da mesma forma, não apoiamos práticas que estimulem apenas a resolução de procedimentos de cálculos de Matemática Financeira sem uma profunda reflexão visando o entendimento da Educação Financeira.

Defendemos uma concepção de Educação Financeira que: pense a inclusão econômica, social e política; incentive a tomada de decisão de forma crítica por parte de indivíduos consumidores; busque consolidar a justiça social; lute por melhores condições salariais; seja capaz de adentrar questões políticas que contribuam para que todos tenham salários iguais se desempenham funções iguais, independente de classe social, raça ou gênero.

Entendemos que o dinheiro não é o fim, mas sim o meio para acessar aquilo que temos direito: saúde, educação, moradia, alimentação, artes, cinema, entre outros. A Educação Matemática se une a essa luta em prol da construção de uma sociedade mais justa e com vida digna para todos os seres humanos.

1.7 Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag.; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Letramento financeiro e o perfil de professores que ensinam Matemática na escola Básica. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 77-106.

BASSOI, Tânia Stella; PECCIN, Marinez Shio. O cálculo mental e o registro de representação semiótico na EJA. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p. 185-208.

BATISTA, Lucas Athadeu Silva *et al.* A Matemática Crítica como caminho para a promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 22, n. 3, p. 355-361, 2021.

BATISTA, Lucas Athadeu Silva. *Conhecimentos didático-matemáticos de futuros professores de matemática sobre Educação Financeira*. 2021. 97f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros.

BATISTA, Lucas; CRISÓSTOMO, Edson; MACÊDO, Josué Antunes de. Conocimiento del profesor de Matemática y educación financeira: un panorama de las investigaciones realizadas en el período 2010-2020. *Revista Paradigma*, v. 43, 2022a, n. 2, p. 432-453.

BATISTA, Lucas Athadeu; CRISÓSTOMO, Edson; MACÊDO, Josué Antunes de. Conocimiento didático-matemático movilizado por futuros professores de matemáticas. para a promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Alteridad. Revista de Educación.*, v. 17, n. 2, 2022b, p. 193-210.

BORBA, Marcelo. *Educação Matemática Crítica: a questão da Democracia*. (Prefácio). Campinas: Editora Papirus, 2017.

BRANDÃO, Carlos Rodrigues. A pesquisa participante e a participação da pesquisa. Um olhar entre tempos e espaços a partir da América Latina. In: BRANDÃO, Carlos Rodrigues; STRECK, Danilo. (Org.). *Pesquisa participante: o saber da partilha*. Aparecida: Ideias, 2006.

BRANDT, Celia; MORETTI, Mércles. (Org.). *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática*. Ijuí:Unijuí, 2014.

BRASIL. Decreto Federal n.º 10.393, de 9 de junho de 2020. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira – FBEF. Brasília: Diário Oficial da União, 10 jun. 2020.

BRASIL. Decreto Federal n.º 7.397, de 22 de dezembro de 2010. Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF. Brasília: Diário Oficial da União, 23 dez. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

GIOVANNI Jr., José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. *A Conquista da Matemática, 4º ano*. Ensino Fundamental, Anos Iniciais. São Paulo: FTD, 2014.

CHIAPPETTA, Stephany Karoline de Souza; SILVA, José Roberto da. Etnomatemática vinculada à Educação Financeira para promover reflexões sobre consumo consciente. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 129-152.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da Teoria à prática*. 23. ed. Campinas: Papirus, 2021.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels)*: (Fascículo I). Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaines: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang, 1995.

GIROUX, Henry. A. *Schooling for democracy: Critical Pedagogy in the modern age*. Londres: Routledge, 1989.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio. Economização, capital humano e literacia financeira na ótica da OCDE e da ENEF. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 15-52.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; PESSOA, Cristiane Azevêdo Santos. Educação Financeira: questionamentos e reflexões de três grupos de pesquisa. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 13-50.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. (Org.). *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis: Vozes, 2007.

SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos. Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas aos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores? In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 101-128.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da. Educação Matemática Crítica e formação continuada de professores e professoras: um caminho, muitas possibilidades. In: CIVIERO, Paula Andrea Grawieski *et al.* (Org.). *Alçando voos com a Educação Matemática Crítica: Discussão sobre a formação de professores que ensinam Matemática*. Blumenau: Editora IFC, 2021. p. 7-10.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica: a questão da Democracia*. Campinas: Editora Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação Matemática Crítica: a questão da Democracia*. Campinas: Editora Papirus, 2017. (E-book Kindle).

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Editora Papirus, 2021.

Juros no contexto da Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: um estudo sob aspectos dos Registros de Representação Semiótica

Context on interest rates of Critical Financial Education and Mathematics Teaching: a study on aspects of Semiotic Representation Registers

Resumo: O presente artigo tem o objetivo de verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal), nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos. Para tanto, realizou-se uma intervenção pedagógica por meio de uma sequência de atividades em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI) de uma escola pública no município de Montes Claros/MG. A sequência de atividades desenvolvida teve os seguintes objetivos específicos: (i) utilizar os registros de representação necessários para a compreensão, resolução e comunicação dos resultados de uma atividade; e (ii) realizar o tratamento e a conversão entre registros distintos para a apreensão do conhecimento matemático. As tarefas propostas tiveram como ponto de partida situações-problema envolvendo a realização de procedimentos de cálculos dos juros compostos, com discussões no âmbito da Educação Financeira Crítica. Os resultados revelam dificuldade dos alunos na realização dos procedimentos de cálculo, na comunicação escrita dos resultados e nos mostram indícios da relevância da Educação Financeira Crítica para a construção de cidadãos críticos, autônomos e que sejam capazes de reagir às contradições impostas pelo sistema capitalista, no qual estamos inseridos.

Palavras-chave: Educação Financeira Crítica. Juros Compostos. Aprendizagem de Matemática. Registros de Representação Semiótica.

Abstract: This article aims to verify the contributions of transformations by conversion between the different registers of semiotic representation (mother tongue, algebraic register, numerical register, fractional register, in percentage, in decimal) in the learning processes of mathematical objects. For this, a pedagogical intervention was carried out through a sequence of activities in a class of the 1st year of High School in Full Time (EMTI) of a public school in the city of Montes Claros/MG. The sequence of activities developed had the following specific objectives: (i) use the representation records necessary for understanding, solving and communicating the results of an activity; and (ii) carry out the treatment and conversion between different records for the acquisition of mathematical knowledge. The proposed activities had as a starting point some problem situations involving procedures such as compound interest calculations, with discussions within the scope of Critical Financial Education. The results reveal the students' difficulty in carrying out the calculation procedures and in writing the results. This gives us evidence of the relevance of Critical Financial Education for the construction of critical, autonomous citizens who are capable of reacting to the contradictions imposed by the capitalist system in which we are inserted.

Keywords: Critical Financial Education. Compound Interest. Mathematics Teaching. Semiotic Representation Records.

2.1 Introdução

O presente artigo tem o objetivo de verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal) nos processos de ensino e aprendizagem de objetos matemáticos. Para isso, utilizamos os aportes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).

A referida teoria foi fundamentada no ano de 1995, por Raymond Duval¹¹. Sua obra – *Sémiosis et pensée humaine* – é um marco na TRRS, e seus trabalhos de pesquisa ganharam visibilidade em vários países, inclusive no Brasil, influenciando fortemente os estudos em Educação Matemática.

No Brasil, entre os estudiosos dessa teoria, destacamos o pesquisador Méricles Thadeu Moretti, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica e do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, na qual tem publicado e orientado diversas pesquisas em nível de Mestrado e Doutorado que abordam essa área. Destacamos, também, a obra “As contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática”, organizada por Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti, na qual apresentam um conjunto de artigos envolvendo a TRRS (Brandt; Moretti, 2014).

Em conformidade com Sá (2011), a Matemática está presente em todos os níveis de escolaridade da Educação Básica e, como instrumento, faz parte do cotidiano das pessoas. Sem ela, não seria possível escolher a melhor opção entre dois produtos com embalagens diferentes; entender descontos ou aumentos salariais; identificar mercadorias que, porventura, tiveram aumento de preço; constatar e criticar propagandas enganosas; reivindicar direitos trabalhistas e perdas salariais; entre outras situações.

De acordo com D'Ambrosio (2021, p. 4), “a Matemática é um instrumento importantíssimo para a tomada de decisões, pois apela para a criatividade. Ao mesmo tempo, a Matemática fornece os instrumentos necessários para uma avaliação das consequências da

¹¹ Filósofo e psicólogo de formação. Seus estudos na área de Psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo (França), têm contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática (Duval, 2009).

decisão escolhida”, e estas devem estar alinhadas aos princípios de cidadania existentes na sociedade. É papel do professor que ensina Matemática motivar o aluno a compreender a relevância de sua aprendizagem, bem como lhe apresentar possibilidades de seu uso em benefício à vida cotidiana.

Duval (2011) salienta que o ensino e a aprendizagem de Matemática devem servir para resolver problemas da realidade, e cabe ao professor criar condições para que a aprendizagem seja de fato consolidada. Para o autor, não é suficiente reclamar da falta de pré-requisitos ou da defasagem dos educandos, é preciso construí-los.

Skovsmose (2001) discute o papel da Matemática em uma perspectiva política que traz para o centro do debate problematizações do tipo: Para quem a Educação Matemática deve estar voltada? A quem interessa que a Educação Matemática esteja organizada dessa maneira? Como incluir – ou como evitar – preconceitos que excluam negros, índios, pobres, grupos de trabalhadores e mulheres do centro da Educação Matemática? Essas e outras questões estão presentes nos debates da Educação Matemática Crítica (EMC), a qual tem o professor Ole Skovsmose como um dos principais propositores desse movimento, que se consolidou fundamentado nos ideários da Educação Crítica (EC).

A Educação Crítica tem várias fontes de inspiração, dentre as quais destaca-se o entendimento de humanismo e sociedade de Karl Marx, sobretudo exposto pela escola de Frankfurt¹² (ou Teoria Crítica), a partir de suas figuras originadoras: Theodor W. Adorno, Max Horkheimer e Herbert Marcuse. Para a Educação Crítica, a relação entre professor e alunos tem um papel importante e consiste em parceria e igualdade. Paulo Freire discute essa relação professor-aluno em conexão com o que se chama de Pedagogia Emancipadora (Skovsmose, 2001).

Em consonância com a EMC, proposta por Skovsmose (2001), cresce outro campo do conhecimento: a Educação Financeira Crítica (EFC), que tem como principal defensor o docente e pesquisador do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Marco Aurélio Kistemann Jr.

A EFC é amplamente discutida no âmbito da Educação Matemática e preocupa-se com a disseminação de informações de Educação Financeira (EF) com o objetivo de contribuir na

¹² Escola de Frankfurt foi uma das instituições mais importantes para pensar a cultura e a sociedade. Ela surgiu no início do século XX e seus pensadores desenvolveram reflexões filosóficas e sociológicas que orientam a realização de estudos e de reflexões críticas até os dias de hoje.

formação/construção de cidadãos que sejam capazes de: refletir acerca do modelo de sociedade em que estamos inseridos; discutir e interferir em questões políticas e econômicas; entender a necessidade de tomar decisões financeiras sustentáveis e lutar por melhorias salariais e condições de vida com dignidade para todos. Isto é, defender ações que possam contribuir para minimizar os índices de pobreza e desigualdades sociais que assolam a sociedade em nível nacional e internacional.

Dessa forma, os ideais da EFC buscam transcender o que se propõe na Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (Brasil, 2018), uma vez que esse documento menciona a EF entre os Temas Contemporâneos Transversais e aponta que ela deve ser trabalhada abarcando temáticas que envolvam o estudo de conceitos básicos de economia e finanças. Destaca também, que devem ser discutidos assuntos como: taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Favorecendo um estudo interdisciplinar que envolva as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobretudo questões de consumo, trabalho e dinheiro.

Segundo Kistemann Jr. (2020), embora a BNCC (Brasil, 2018) tenha inserido a Educação Financeira em sua proposta, tornando obrigatório o seu ensino na Educação Básica, é importante que as escolas e os professores, ao abordarem o tema, tenham cuidado para não disseminar uma proposta de educação que vise apenas os interesses do Mercado, formando mão de obra barata e incentivando as pessoas a continuarem consumindo produtos que favoreçam instituições financeiras e empresas privadas que buscam atingir lucros cada vez mais exorbitantes.

De acordo com Batista *et al.* (2021), a Educação Financeira se constitui em um campo complexo para ser abarcado apenas pela Área do Conhecimento de Matemática, justificando-se, assim, a necessidade de os professores trabalharem de forma articulada com as demais áreas. Entretanto, Campos (2020) e Kistemann Jr. (2020) compreendem a importância de a Educação Financeira ser abrangida pelo campo da Educação Matemática em uma perspectiva inter e transdisciplinar com as outras áreas do conhecimento, para que ocorram discussões que fomentem um ensino e aprendizagem de Matemática em prol da construção de uma sociedade melhor. Kistemann Jr. (2020, p. 40) defende uma concepção de Educação Financeira Crítica “que promova a gênese de cidadãos conscientes e que tomem decisões econômicas sustentáveis em termos pessoais e em sintonia com o equilíbrio ambiental”.

Nesse sentido, são objetos de discussão neste estudo utilizar-se de estratégias e teorias

de ensino e de aprendizagem que favoreçam a apreensão/construção dos objetos do conhecimento de Matemática por parte dos alunos, alinhadas a discussões que contribuam na formação/constituição de sujeitos críticos, autônomos e que saibam tomar decisões conscientes e fundamentadas, pertinentes para o campo da Educação Matemática.

Para fins de delimitação, deteve-se ao objeto do conhecimento juros compostos¹³, abordado por meio de situações-problema de Matemática Financeira, de modo que a exploração do tema e a abordagem da professora pesquisadora se deram no contexto da Educação Financeira Crítica, em consonância com as ideias propostas por estudiosos que discutem o assunto.

Dessa forma, a coleta de dados foi realizada por meio do desenvolvimento de uma sequência de atividades cujos objetivos específicos consistiram em: *i*) utilizar os registros de representação necessários para a compreensão, resolução e comunicação dos resultados de uma atividade; e *ii*) realizar o tratamento e a conversão entre registros distintos para a apreensão do conhecimento matemático por parte do aluno. Foi desenvolvida em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola da rede pública estadual, pertencente ao município de Montes Claros/MG. Resultados dessa intervenção são apresentados posteriormente.

É importante mencionar que a presente pesquisa passou pelo crivo do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), tendo sido considerada aprovada conforme termo consubstanciado sob a indicação n.º 5.580.777, de 13 de agosto de 2022, e Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) n.º 61180122.6.0000.5146.

Organizamos o texto em seções, da seguinte maneira: Introdução, contendo as ideias que apresentam o tema e situando o leitor em relação aos objetivos da pesquisa; uma seção que aborda os juros e a Educação Financeira Crítica; uma seção discorrendo sobre contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) na aprendizagem de Matemática; uma seção dedicada aos procedimentos metodológicos; outra seção apresentando a sequência de atividades e os registros escritos dos alunos, acrescida de nossas reflexões. Por fim, tece-se as considerações finais e aponta-se ideias para o desenvolvimento de novas pesquisas.

¹³ Escolhemos juros compostos pelo fato deste possuir vasta aplicação e uso na economia da sociedade do século XXI.

2.2 Os juros no contexto da Educação Financeira Crítica

Para introduzir esta seção, trazemos na Figura 1, o recorte de uma fatura de cartão de crédito:

Figura 1: Recorte de fatura de cartão crédito

VALOR TOTAL
R\$ 55,26
PARCELAMENTO ATÉ O VENCIMENTO
11x de R\$ 10,04
PARCELAMENTO APÓS O VENCIMENTO
R\$ 10,04

Fonte: Arquivo pessoal.

Deparamo-nos, diariamente, com situações como esta, e se não utilizarmos da Matemática a nosso favor, ou melhor, os conhecimentos de Educação Financeira, somos induzidos a pensar que “*é só R\$ 10,04 a parcela*”, “*o que são R\$ 10,04, não é?*”. Na maioria das vezes, nem sequer nos damos o trabalho de abrir a calculadora do celular e perceber o quanto de juros pagaremos neste “*é só R\$ 10,04*”.

Veja que o preço total da fatura é R\$ 55,26, e a instituição financeira oferece a opção de parcelá-la em $11 \times 10,04 = 110,44$, tendo, assim, um aumento de R\$ 55,18, que corresponde a 99,85%. Nessa perspectiva, Bauman (2010) discute como o capitalismo é capaz de gerar lucros e buscar novas fontes de “pastagens” sempre que esgotadas as anteriores. Vivemos um momento em que as dívidas se transformaram na principal fonte de lucros constantes para os credores. “Não pode pagar sua dívida? Em primeiro lugar, nem precisa tentar: a ausência de débitos não é um estado ideal” (Bauman, 2010, p. 30).

Veja que a instituição financeira não tem pressa em receber o pagamento de sua dívida integral, pelo contrário, quanto mais as pessoas optarem pela forma parcelada em uma fatura, mais lucros a instituição irá obter. A falta de conhecimento de Educação Financeira pode levar as pessoas a continuarem alimentando esse sistema e contraindo cada vez mais dívidas a partir das anteriores. A Educação Financeira tem um papel fundamental no sentido de orientar os indivíduos a se libertarem dessas e de outras armadilhas que presenciamos rotineiramente em nosso cotidiano.

Diuturnamente somos bombardeados por ofertas de crédito, seja por meio de cartões ou

até mesmo no cheque especial que, utilizados sem cautela, contribuem para o endividamento ou superendividamento das pessoas. Atualmente, o governo federal, com o objetivo de combater o endividamento das famílias brasileiras, tem buscado alternativas como o programa “Desenrola Brasil”, que oferece condições acessíveis para a quitação de dívidas atrasadas.

Outra situação que julgamos relevante mencionar foi extraída do livro “Matemática Financeira para Educadores Críticos”, de Ilydio Pereira de Sá (2011), na qual o autor discorre acerca das altas taxas de juros que são embutidas nos produtos que compramos e, na maioria das vezes, não nos damos conta. Para elucidar tal hipótese, apresenta a situação-problema a seguir, norteadas por algumas problematizações, veja:

Uma conceituada loja, numa promoção, oferece as seguintes opções de compra: À vista, com 30% de desconto sobre o preço de tabela; A prazo, com um acréscimo de 20% sobre o preço de tabela, em dois pagamentos “iguais” (entrada + outro para 30 dias). Qual a taxa de juros, sobre o saldo devedor, que a loja está cobrando na segunda opção oferecida? Será que você estudante, professor, educador em geral, teve em sua formação escolar elementos para responder à questão acima, para descobrir que no “inocente” anúncio está inserida uma taxa de juros de 500% em apenas um mês? (Sá, 2011, p. 1).

Observe que, para solucionar esse problema, uma estratégia que pode ser utilizada é considerar um produto que custe R\$ 100,00 e analisar as condições de pagamento à vista e a prazo, veja: se o cliente optar pelo pagamento à vista, terá um desconto de 30% sobre o preço de tabela, logo, pagará 70% do valor do produto, neste caso, R\$ 70,00. E, se optar pelo pagamento a prazo, terá 20% de aumento sobre o preço de tabela, portanto, o produto passará a custar 120%, que neste caso corresponde a R\$ 120,00, como terá que efetuar o pagamento em duas parcelas, a primeira será no valor de R\$ 60,00 e restará um saldo devedor, R\$ 60,00 a ser quitado em 30 dias. Observe que, ao pagar R\$ 60,00, e considerando o preço à vista, o cliente estaria devendo apenas R\$ 10,00 e, como optou pelo pagamento a prazo, terá que pagar R\$ 60,00, tendo, assim, um aumento de 500%.

Nessa perspectiva, corroboramos Sá (2011), Kistemann Jr. (2020), Campos (2020), Santos e Pessoa (2021), entre outros pesquisadores, no sentido de que, ao abordar a temática da Educação Financeira, é preciso avançar em relação ao que é proposto na BNCC (Brasil, 2018), despertando o pensamento crítico do aluno, mobilizando-o à construção do conhecimento necessário à vida cotidiana.

No Quadro 1, destacamos algumas habilidades da BNCC de Matemática do Ensino Médio (Brasil, 2018), que fazem alusão à Educação Financeira, sendo que três delas mencionam

os juros compostos.

Quadro 1: Habilidades da BNCC de Matemática do Ensino Médio que fazem alusão à Educação Financeira

(EM13MAT303) Resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos e sobre juros compostos, destacando o crescimento exponencial (Brasil, 2018, p. 528).
(EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões (Brasil, 2018, p. 526).
(EM13MAT301) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso (Brasil, 2018, p. 536).
(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros (Brasil, 2018, p. 536).
(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais (Brasil, 2018, p. 539).

Fonte: Elaborado pela autora a partir da BNCC (Brasil, 2018).

Observe que essas habilidades abrem um campo de possibilidades que pode ser explorado em sala de aula. Entretanto, dependendo da abordagem atribuída pelo professor, não será possível transcender o caráter instrumental da Matemática Financeira presente nos livros didáticos e apontado por Kistemann Jr. (2020) como insuficiente para a promoção e desenvolvimento da literacia financeira que contribua na formação de cidadãos conscientes e que tomem decisões financeiras econômicas, sustentáveis em termos pessoais e em equilíbrio ambiental.

A Matemática Financeira faz parte do currículo de Matemática da Educação Básica e está presente nos livros didáticos tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio. No entender de Sá (2011), os professores, ao trabalharem essa temática, devem apropriar dos conhecimentos matemáticos e os explorarem em uma perspectiva crítica, exercendo um contínuo trabalho de reflexão, em busca de compreender o papel social e político da Matemática.

Essa perspectiva crítica dada à Matemática Financeira corrobora os ideais da Educação Financeira Crítica, com os quais concordamos, além disso, compreendemos que ela não se

constitui apenas no âmbito da Matemática Financeira, conforme explicitam Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021):

Recordamos que a EF é um tema transversal e deve ser abordada em diferentes áreas do conhecimento. Entretanto, destacamos a grande relação que essa temática tem com a área de Matemática e defendemos que dominar conhecimentos matemáticos ajuda na tomada de decisão mais consciente, embora defendamos que a EF não depende, necessariamente da Matemática Financeira, mas, que em algumas situações ter domínio de conhecimentos matemáticos implica em tomar uma decisão financeira mais fundamentada (Kistemann Jr.; Coutinho; Pessoa, 2021, p. 47).

Isso posto, entendemos que existem outras situações que não dependem apenas dos conhecimentos de Matemática para que as pessoas tomem decisões. Quando se trata de tomada de decisão em finanças, há diversos fatores que podem influenciá-las. Nessa direção, podemos pensar em situações como: uma família constituída por quatro pessoas e que tenha uma renda mensal inferior a três salários mínimos deseja comprar uma casa própria. É mister pensar que dificilmente conseguirá comprá-la à vista ou sem recorrer a formas parceladas em empréstimos ou financiamentos envolvendo instituições financeiras, apesar de ter conhecimento das altas taxas de juros ao longo do tempo.

Já em situações em que se deseja adquirir um produto no qual os interessados dispõem de recursos financeiros para quitá-lo no ato da compra, faz sentido analisar as condições de pagamento oferecidas pela loja e optar pela melhor opção para o cliente. Entretanto, situações como essa nem sempre condizem com a realidade da maioria das pessoas, especialmente em um cenário pós-pandêmico e suas consequências, como alta dos preços de produtos, sobretudo do ramo alimentício, e pessoas que perderam seus empregos, tendo que buscar alternativas para sobreviver.

Campos (2020) discute uma vertente crítica da Educação Financeira, na qual enfatiza a necessidade de os professores abordá-la, valorizando problemáticas relacionadas à realidade das famílias brasileiras, priorizando a reflexão e o debate sobre aspectos fundamentais – como altas taxas de juros; consumo; consumismo; dentre outros. Trata-se de uma forma de promover discussões a partir dos estudos de Bauman (2008, 2010), refletindo a necessidade de aceitação que as pessoas têm na sociedade líquido moderna e que, muitas vezes, as levam a consumir produtos supérfluos, comprometendo suas vidas financeiras para não se sentirem rebaixadas a uma subclasse: “o pobre é forçado a uma situação na qual tem que gastar os poucos recursos de que dispõe com objetos de consumo, para evitar a total humilhação social e evitar a perspectiva de ser provocado e ridicularizado” (Bauman, 2008, p. 74).

Campos (2020) reforça, ainda, a importância de discutir o uso do cartão de crédito e as consequências de seu uso inadequado, tendo em vista que, de acordo com Bauman (2010), os cartões de crédito foram criados com a finalidade de incentivar o consumo de produtos não essenciais. O lançamento dos cartões teve o seguinte *slogan*: “Não adie a realização do seu desejo [...] Com um cartão de crédito, é possível inverter a ordem dos fatores: desfrute agora e pague depois!” (Bauman, 2010, p. 28-29). Em consequência de seu uso exacerbado, muitas famílias comprometeram suas rendas e têm no cartão de crédito sua única fonte de recursos para a compra de produtos essenciais em supermercados, farmácias, papelarias, etc.

Nosso intuito não é discutir acerca de usar ou não o cartão de crédito, uma vez que, se usado com cautela, consiste em um aliado nas compras e, sem ela, pode se tornar um vilão. No entanto, entendemos que o ideal seria que as pessoas tivessem recurso financeiro reservado em caixa e utilizassem o cartão de crédito em momentos que não convêm descapitalizar sua reserva financeira, contudo, essa não é a realidade da maioria das famílias brasileiras. Dessa forma, falar de Educação Financeira é, também, unir-se à luta por melhores condições salariais e vida com dignidade para todas as pessoas.

Em conformidade com as ideias expostas anteriormente, entendemos que existem situações em que a Matemática por si só não pode influenciar a decisão a ser tomada, entretanto, consideramos importante o seu conhecimento para tomada de decisão consciente e fundamentada. Nessa direção, compreendemos a relevância da aprendizagem de Matemática como ferramenta fundamental para auxiliar em algumas tomadas de decisão. Dessa forma, na seção a seguir, discorreremos brevemente sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e suas contribuições na aprendizagem de Matemática.

2.3 Contribuições da TRRS nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática

Na obra “Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais”, Duval (2009) afirma que sua Teoria sobre os Registros de Representações Semióticas (TRRS) foi consolidada em 2005 e, por meio dela, constata que o aluno aprende Matemática quando consegue transitar da forma mais natural possível por distintos registros de representação.

Para Damm (2010), em Matemática, trabalha-se com objetos abstratos. Isso significa que os objetos matemáticos não são acessíveis à percepção, sendo necessário, para sua apreensão, o uso de uma representação. Os objetos matemáticos só podem ser acessados por

meio de suas representações e “não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa sem o auxílio de uma representação” (Damm, 2010, p. 169).

São exemplos de registros de representações: as escrituras nominais; os símbolos; a escritura algébrica; em decimal; em porcentagem; com expoentes; com radicais; os signos; os códigos; as tabelas; os gráficos; os algoritmos; os desenhos; entre outros. Elas possibilitam a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas de pensamento, permitindo registros de representação diferentes para um mesmo objeto matemático (Damm, 2010).

Duval (2014) salienta que a Matemática é o domínio de conhecimento no qual existe quase sempre – se não sempre – prioridade das representações sobre os objetos do conhecimento, sendo que uma das principais dificuldades de compreensão consiste na distinção entre os objetos matemáticos e suas múltiplas representações. Duval (2009, 2014) reitera que, para haver entendimento em Matemática, não se pode confundir um objeto com suas representações.

O professor pode e deve utilizar diferentes registros de representação semiótica como ferramenta didático-metodológica ao buscar a conceitualização, a aquisição de conhecimento. É importante lembrar que o essencial não são os registros de representação, mas sim a maneira como são utilizados. Pode-se falar em aquisição de conhecimentos somente a partir do momento em que o aluno transita naturalmente por diversos registros (Damm, 2010).

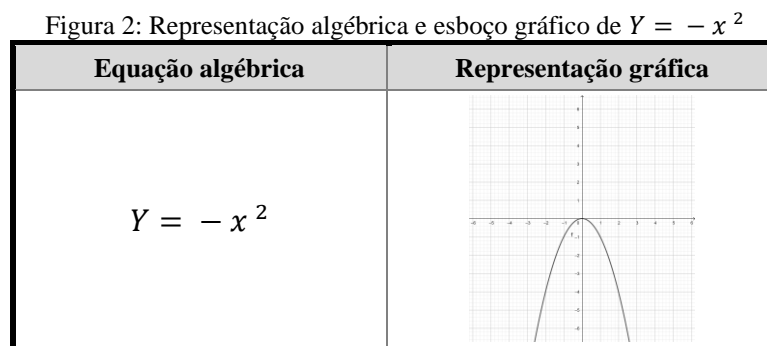
Em Corrêa e Moretti (2014) encontra-se que um sistema semiótico é um conjunto de signos que possui convenções e regras próprias de formatação. O signo está no lugar de algo. É uma expressão que designa, denota ou representa alguma coisa a alguém sob algum aspecto.

Dentre os diversos sistemas semióticos, Duval (2009) dedica seus estudos aos sistemas semióticos de representação. Como exemplos, podemos pensar na linguagem natural, nas linguagens simbólicas, nas representações gráficas e nas figuras geométricas, pois, além da função de comunicação, os registros desses sistemas permitem as operações cognitivas de tratamento e conversão, sendo que, os tratamentos são transformações de representações que ocorrem dentro de um mesmo sistema semiótico, e as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados (Corrêa; Moretti, 2014).

Na conversão de uma representação acontece uma transformação desta em uma representação em um outro registro. Converter uma representação é mudar a forma pela qual

um conhecimento é representado, por exemplo, no caso dos números racionais, a conversão se estabelece no momento em que o aluno perceber que $0,5 = \frac{1}{2}$, sendo a diferença estabelecida somente na forma de sua representação e não no objeto do conteúdo representado. “Porém, essa conversão não é simples e exige uma interferência do professor, como mediador desse processo” (Damm, 2010, p. 175). A conversão não pode ser confundida com o tratamento, uma vez que, este se estabelece dentro do registro e a conversão se dá entre registros.

Como exemplo de conversão, Corrêa e Moretti (2014) apresentam a equação da parábola $Y = -x^2$ e sua representação no plano (Figura 2).



Fonte: Elaborada pela autora com base em Corrêa e Moretti (2014).

Os autores esclarecem que, nesse caso, há uma mudança de registro, uma vez que cada uma das formas de representação (equação algébrica e representação gráfica) possuem regras próprias de transformações internas ao sistema semiótico, embora o objeto parábola seja conservado.

Duval (2009) reforça que para haver aprendizagem em Matemática é fundamental o uso de, ao menos, dois registros, de modo que a conversão, entre eles, precisa seguir uma via de mão dupla, para qualquer que seja a atividade em Matemática.

Conforme citado por Bassoi e Peccin (2014, p. 192), “do ponto de vista pedagógico, Duval (1995) afirma que os professores exploram somente os tratamentos em sala de aula, mas é na conversão entre registros distintos de representação semióticas que a aprendizagem matemática ocorre”. Para Duval (2014), os tratamentos são transformações de representações semióticas epistemologicamente importantes. As justificações, demonstrações e provas, em Matemática, se apoiam nesse tipo de transformação.

Quando se fala em aquisição de conhecimento matemático ou como a aprendizagem matemática se processa, a teoria de Duval (2009) tem sido cada vez mais utilizada por pesquisadores em Educação Matemática. No entender de Damm (2010), toda comunicação em

Matemática se estabelece com base em representações. Os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, dessa maneira, como estratégia de ensino e de aprendizagem, é preciso levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. É necessário entender que essas representações são essenciais no desenvolvimento do pensamento matemático.

Em diversas pesquisas em Educação Matemática constatou-se a dificuldade que os alunos encontram em passar de uma representação a outra: “Ele consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, porém, é incapaz de fazer as conversões necessárias para a apreensão deste objeto” (Damm, 2010, p. 169). A apreensão é significativa a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e passar de um a outro o mais naturalmente possível (Damm, 2010).

2.4 Procedimentos metodológicos

Esta investigação enquadra-se na técnica de pesquisa participante. De acordo com Brandão (2006), o que torna uma pesquisa participante não é apenas a participação de atores sociais que a integram. É preciso considerar que ela se projeta, realiza e desdobra por meio da participação ativa e crescente de tais atores. As intervenções da professora, autora desta dissertação, e a participação e engajamentos dos alunos constituíram peças fundamentais para a obtenção dos dados.

Quanto à abordagem do problema, trata-se de um estudo de natureza qualitativa. Minayo (2007) destaca que a pesquisa qualitativa se ocupa de uma realidade que não pode – ou não deveria – ser quantificado, centrando-se na compreensão e na explicação da dinâmica das relações sociais. Sua preocupação não consiste em mensurar com números e dados obtidos a partir de questionários ou entrevistas, por exemplo. Foca-se em entender aspectos mais subjetivos, como comportamentos, ideias, pontos de vista, entre outros.

Para a realização, foi elaborada uma sequência de atividades desenvolvida em uma turma do 1º Ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de escola da rede pública estadual, situada no município de Montes Claros/MG.

A sequência de atividades foi realizada sob a responsabilidade da autora desta dissertação, que também atuava como professora da referida turma, ministrando 5 horas/aula (h/a) semanais, sendo 1 h/a de Nivelamento Matemático, 2 h/a de Práticas Experimentais e 2

h/a de Tutoria, componentes curriculares do EMTI, no ano 2022. Utilizando, assim, essas aulas para o desenvolvimento da sequência de atividades, principal instrumento de coleta de dados desta pesquisa.

A realização das tarefas propostas na sequência de atividades ocorreu de 7 a 11 de novembro de 2022, em 5 h/a. Todos os alunos receberam o material impresso, o qual tiveram acesso apenas na presença da professora pesquisadora. Utilizou-se observação sistemática e anotações de falas dos alunos durante as aulas; para análise posterior, foram recolhidos todos os registros escritos da turma, sem optar por recursos de gravações de áudio.

Participaram das atividades 18 alunos que aceitaram o convite e estiveram presentes nas 05 horas/aula da professora pesquisadora, no período anteriormente mencionado. Eles foram orientados quanto aos objetivos da pesquisa e informados que suas identidades seriam preservadas em consonância aos princípios éticos adotados nas pesquisas com seres humanos.

Sendo assim, a sequência de atividades constituiu o principal instrumento de coleta de dados. Todas as tarefas propostas foram realizadas em sala de aula, na presença da professora pesquisadora, que atuou como mediadora sempre que necessário. Ao final de cada aula, as atividades eram recolhidas e entregues posteriormente para dar prosseguimento.

Durante a realização das tarefas, a professora pesquisadora observou atentamente a participação, o envolvimento com as atividades e o diálogo estabelecido entre os estudantes. Ademais, à medida que surgiam dúvidas, estas eram imediatamente esclarecidas pela docente ou pelos demais alunos.

Para preservar a identidade dos discentes e visando acompanhar o processo de construção do conhecimento de cada um deles, seus registros foram numerados, de forma aleatória, de 1 a 18, sendo, portanto, denominados como aluno A1, A2, A3... A18. Os resultados são apresentados na próxima seção.

2.5 A sequência de atividades e os registros escritos dos alunos

O desenvolvimento da sequência de atividades aconteceu em 5 horas/aula de 50 minutos, sendo que, na primeira aula, ocorreu a exploração inicial do tema, buscando instigar os alunos a pensarem em situações que envolvam juros e que são vivenciadas no cotidiano. No diálogo estabelecido entre eles e a professora pesquisadora, foram mencionados: fatura do cartão de crédito; limites que os bancos disponibilizam no cheque especial; diferenças entre compras com pagamentos à vista e a prazo; juros e multas em: conta de água, conta de energia

elétrica, taxa de coleta de resíduos residenciais; entre outras situações. Partindo dessas observações, a professora pesquisadora levantou as seguintes problematizações: afinal, os juros são bons ou ruins? São bons para quem? São ruins para quem?

Entendemos, em conformidade com Kistemann Jr. (2020), Santos e Pessoa (2021) e Campos (2020), que a Educação Financeira não se limita à realização de procedimentos de cálculos matemáticos, sobretudo, aqueles que estimulam apenas o acúmulo de capital e a contração de dívidas. Entretanto, as tarefas propostas na sequência de atividades tiveram atividades dessa natureza como ponto de partida. Apresentamos, a seguir, o exemplo de uma situação-problema que foi apresentada aos alunos seguida de duas maneiras que podem ser utilizadas para encontrar a solução desejada.

Suponhamos que uma pessoa tenha feito uma aplicação da quantia inicial de R\$ 8.000,00 sob uma taxa de 6% ao ano. Calcular o montante em 1 ano após a aplicação. Veja que 6% pode ser representado por meio da fração $\frac{6}{100}$ e corresponde à taxa unitária de 0,06. Uma maneira de encontrar a solução pode ser pelo cálculo de porcentagem, no qual calcula-se o produto entre $0,06 \times 8\ 000$, depois adiciona 8 000, ou seja, $0,06 \times 8000 + 8000 = 8\ 480$, obtendo, assim, o valor do montante igual a R\$ 8 480,00.

Outra maneira pode ser utilizando os fatores de correção. Um fator de aumento de 6% corresponderá a 106%, representando em um registro fracionário, temos $\frac{106}{100}$ que corresponde a 1,06 em registro decimal. Logo, se R\$ 8000,00 rendeu 6% ao ano, ao final de 1 ano, o valor do montante foi de 106%. E o fator de correção foi de 1,06. Dessa forma, basta multiplicar $8\ 000,00 \times 1,06 = 8\ 480,00$. Observe que o uso dos fatores de correção possibilita ao aluno transitar em registros distintos de representação (numérico, fracionário, decimal, porcentagem), demonstrando domínio do conhecimento matemático e atingindo o resultado almejado de maneira prática e rápida.

Sá (2011) tece uma crítica à maioria dos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, que não abordam os juros compostos utilizando os fatores de correção. Na concepção do autor, os livros dedicam-se muito aos chamados *juros simples* e, por sua vez, contribuem para que os estudantes os confundam ao deparar com diversas situações-problema nas quais seriam necessários o cálculo de juros compostos.

Nas aulas seguintes, foram propostas as tarefas 1 e 2, seguidas de momentos para interações e compartilhamento de ideias com os colegas e a professora pesquisadora. A Tarefa

1 teve o objetivo de mobilizar os conhecimentos dos alunos para o entendimento e a construção da fórmula utilizada para o cálculo de juros compostos, dada por uma abordagem simples, usando os fatores de correção que, neste caso, é um fator de aumento $(1 + i)$. E na Tarefa 2, propomos duas situações-problema de Matemática Financeira com o objetivo de verificar como os alunos procederiam ao realizar os cálculos e, também, o uso de diferentes registros de representação, dentre eles: língua natural, numérico, fracionário, porcentagem e decimal.

Na Tarefa 1 (Figura 3, registros da aluna A5), o que nos chamou a atenção refere-se ao item a, em que, assim como a aluna A5, todos os demais participantes apresentaram a expressão $8000 \times (1,06)^n$, entendendo-a como fórmula geral para o cálculo do montante. Isso se deve, em partes, à maneira como a atividade foi proposta. E, com base em Duval (2012), podemos inferir que os discentes apresentam muita dificuldade em compreender e associar o uso de letras como meio variável ou meio de generalização. Nesse sentido, foi necessária uma intervenção da professora pesquisadora para que eles pudessem associar R\$ 8000,00 ao capital e representá-lo por uma letra, como c, por exemplo; associar 1,06 ao fator de correção $(1 + i)$, e, assim, generalizar uma fórmula do tipo $M = c (1 + i)^t$, em que M representa o montante, c refere-se ao capital aplicado, $(1 + i)$ ao fator de aumento e t representa o tempo.

Figura 3: Registro realizado pela aluna A5

Suponhamos que uma pessoa tenha feito uma aplicação da quantia inicial de R\$ 8.000,00 sob uma taxa de 6% ao ano. Calcular o montante em n anos após a aplicação.

Tempo	Juro	Montante
1º ano	$8000 \times 1,06 =$	$8000 \times (1,06)^1$
2º ano	$(8000 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^2 =$	$8000 \times (1,06)^2$
3º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^3 =$	$8000 \times (1,06)^3$
4º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^4 =$	$8000 \times (1,06)^4$
5º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^5 =$	$8000 \times (1,06)^5$
6º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^6 =$	$8000 \times (1,06)^6$
n anos	$8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 = 8000 \times 1,06^n$	$8000 \times (1,06)^n$

a) É possível representar essa regularidade por meio de uma fórmula para cálculo do montante em t anos? Em caso afirmativo, registre a $8000 \times (1,06)^n$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Corrêa e Moretti (2014) argumentam, com base em Duval (2012), que a conversão de um registro em língua natural para o registro algébrico consiste em um desafio muito grande para os estudantes. Além disso, é na tarefa de levar uma forma de representação à outra que, quando executada com êxito, revela a compreensão do objeto matemático pelo aluno.

Na Tarefa 2, destacamos os registros de A5, A9 e A7, respectivamente, conforme as Figuras 4, 5 e 6. No item a (Figura 4), a aluna A5 demonstrou domínio do conhecimento matemático necessário para a realização do procedimento de cálculo, uma vez que percebe-se o uso dos registros algébrico, fracionário, decimal, com expoente e língua natural. Os resultados corroboram o exposto em Damm (2010), no qual potencializa que a aprendizagem de Matemática – ou melhor, de qualquer objeto do conhecimento matemático – está estreitamente vinculada à compreensão de diferentes registros de representação. Nota-se que A5 conseguiu realizar a conversão do registro em língua natural para o registro algébrico ao modelar a questão, efetuou o tratamento no registro algébrico e expressou seus resultados por meio da comunicação escrita em língua natural.

Figura 4: Registro da aluna A5

a) Suponhamos que uma pessoa tome emprestado, a juro composto, a importância de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor a ser pago como juros, decorrido esse prazo? Qual o valor total da dívida, decorrido esse prazo?

$$2000 \times (1,015)^4 = 2.122,72$$

$$\frac{1,5}{100} = 0,015$$

$$1 + 0,015 = 1,015$$

2.122,72	O valor pago como juros corresponde a R\$ 122,72
- 2.000,00	
0.122,72	O valor total da dívida é R\$ 2.122,72

b) Suponhamos que uma pessoa realize uma aplicação financeira, a juro composto, no valor inicial de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor acumulado, decorrido esse prazo?

La pessoa aplicou R\$ 2000,00 e decorrido os 4 meses ela recebeu de juros R\$ 122,72 e o valor acumulado em sua conta foi de R\$ 2.122,72 reais.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

No item b (Figura 4), optou por comunicar os resultados pelo registro em língua natural, uma vez que os procedimentos de cálculos seriam os mesmos realizados no item a. Compreendemos, com base na TRRS, que a aluna A5 demonstrou conhecimento matemático. Esse resultado não ocorreu com precisão nos registros dos demais participantes.

O aluno A9 (Figura 5), no item a, conseguiu modelar a questão e encontrar a solução

desejada, no entanto, deixou explícita uma operação de multiplicação $1,5 \times 4 = 6$, apresentando defasagem na aprendizagem no que se refere ao cálculo de potenciação (habilidade que deveria ter sido consolidada nos Anos Finais do Ensino Fundamental). E, no item *b*, embora tenha operado em diferentes registros e encontrado o resultado desejado, não conseguiu comunicar tais resultados em linguagem natural e, mais uma vez, comete equívoco associando $\frac{1,5}{100} = (1 + 1,5)$.

Figura 5: Registro do aluno A9

a) Suponhamos que uma pessoa tome emprestado, a juro composto, a importância de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor a ser pago como juros, decorrido esse prazo? Qual o valor total da dívida, decorrido esse prazo?

$$\frac{1,5}{100} \times 4 = 6,0$$

$$2000 \cdot \left(\frac{1,5}{100}\right)^4$$

$$2000 \cdot (1 + 0,015)^4$$

$$2000 \cdot 1,06$$

$$= 2122$$

O valor de juro foi de R\$ 122,00

b) Suponhamos que uma pessoa realize uma aplicação financeira, a juro composto, no valor inicial de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor acumulado, decorrido esse prazo?

$$2000 \cdot \left(\frac{1,5}{100}\right)^4$$

$$2000 \cdot (1 + 1,5)^4$$

$$2000 \cdot 1,06$$

$$= 2122$$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Duval (2014, p. 19) explica que “a passagem da expressão oral à escrita, de uma mensagem, constitui um salto muito grande para os alunos.” Muitas vezes, o estudante consegue expressar de forma oral, porém, ao realizar o registro escrito, não é uma operação fácil. Para Duval (2014), isso acontece porque a produção oral requer muito menos operações discursivas do que a escrita.

Outro ponto que julgamos relevante destacar refere-se à confusão entre juros simples e compostos feita por muitos (12 alunos, aproximadamente 66,6% dos participantes), que

realizaram os cálculos de maneira parecida com os registros da aluna A7 (Figura 6).

Figura 6: Registro da aluna A7

a) Suponhamos que uma pessoa tome emprestado, a juro composto, a importância de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor a ser pago como juros, decorrido esse prazo? Qual o valor total da dívida, decorrido esse prazo?

$$2000 \cdot \frac{1,5}{100} \cdot 4 = 120$$

2000	2000
120	120
2.120	2.120

b) Suponhamos que uma pessoa realize uma aplicação financeira, a juro composto, no valor inicial de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor acumulado, decorrido esse prazo?

$$2000 \cdot \frac{1,5}{100} \cdot 4 = 120$$

2000	2000
120	120
2.120	2.120

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Assim como A7, outros 11 participantes (aproximadamente 61%) interpretaram e modelaram as duas situações-problema no contexto dos juros simples, que se caracterizam pelo fato de o valor que é acrescido ao valor inicial é sempre uma constante. Ao longo do tempo, constitui-se numa sequência de montantes formando uma progressão aritmética. Sá (2011), questiona a razão pela qual os professores de Matemática da Educação Básica só abordam juros simples a partir do cálculo de porcentagens. Para ele, o contato com juros simples consiste em uma oportunidade para introduzir progressões aritméticas e, no trabalho com juros compostos, as progressões geométricas. A7 – assim como os demais – além de operar no contexto dos juros simples, não conseguiu comunicar os resultados em língua natural, deixando a cargo da professora pesquisadora o entendimento dos seus registros realizados.

Para finalizar, na última tarefa foi oportunizado aos estudantes um momento para discussão oral e escrita, no qual eles puderam discorrer e relatar suas opiniões acerca da problematização levantada no início da sequência de atividades: “Os juros compostos são bons ou ruins?”. Destacamos, na Figura 7, os registros dos participantes A2, A8 e A9.

Figura 7: Registros dos alunos A2, A8 e A9

<p><i>Foi difícil de ponto de vista se o valor por período e juros compostos e bem mais se for negativo no número.</i></p>	A2
<p><i>O problema de juros compostos é a forma de como utilizamos, então ele é bom e ruim.</i></p>	A8
<p><i>São bons e ruins, pois do jeito que você pode ganhar mais, você pode perder também, basta saber utilizar.</i></p>	A9

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Vai depender do ponto de vista se o saldo for positivo o juro composto é bom mas se for negativo já é ruim (Transcrição do registro de A2).

O problema dos juros compostos é a forma de como utilizamos, então ele é bom e ruim (Transcrição do registro de A8).

São bons e ruins, pois, do jeito que você pode ganhar mais, pode perder também, basta saber utilizar (Transcrição do registro de A9).

A partir dos registros e diálogos dos alunos nessa problematização, podemos inferir que eles entenderam que os juros beneficiam a alguém, na maioria das vezes, consistem em fonte de lucros para empresas e instituições financeiras, sendo, comumente, desvantajosos para os consumidores. No entanto, não é possível classificá-los com bons ou ruins, veja comentário de demais participantes, *vai depender do ponto de vista (A3); Se recebemos, pode ser bom; Se pagamos juros, não é bom (A11); Não é bom porque esse dinheiro pago em juros poderia ser utilizado para outras coisas (A7).*

Em Bauman (2010, p. 30), encontra-se: “e são justamente os débitos (juros cobrados mensalmente) que os credores modernos e benevolentes resolveram e conseguiram transformar na principal fonte de lucros constantes.” Nesse sentido, consideramos relevante promover espaços nas aulas de Matemática que contribuam para que os alunos percebam essas e outras armadilhas do capitalismo e a sua busca constante pela obtenção de lucros.

2.6 Considerações finais

Nosso objetivo neste artigo foi verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal), nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos, e pautamos nossas discussões em prol do entendimento da Educação Financeira Crítica em benefício ao ensino e a aprendizagem de Matemática a partir de situações vivenciadas no cotidiano.

A Matemática é um instrumento que, alinhada a questões éticas, consiste numa ferramenta que pode ser benéfica para tomadas de decisões. Embora, compreendemos que apenas a realização de procedimentos de cálculos não é condição suficiente para que as pessoas de fato tomem a decisão mais vantajosa em situações cotidianas, uma vez que, quando se trata de tomada de decisão em finanças, existem outros fatores que podem interferir. Contudo, o conhecimento de Matemática é essencial para decisões conscientes e fundamentadas.

Em relação à aprendizagem matemática, no decorrer das atividades propostas na

sequência de atividades, foi possível perceber dificuldades apresentadas na realização dos procedimentos básicos de cálculos relacionados a habilidades que já deveriam ter sido consolidadas nos anos anteriores de escolarização, a título de exemplo: o cálculo de juros simples e compostos; operações básicas envolvendo o cálculo de potenciação; entre outros conteúdos.

No tocante ao entendimento da Educação Financeira Crítica, as tarefas propostas na sequência de atividades abrem espaços para discussões do tipo: Pergunte aos alunos se eles consideram honesto a taxa de juros que são cobradas pelos bancos em empréstimos e financiamentos; Como as pessoas civis podem lutar para que as instituições financeiras, principalmente os bancos públicos, possam reduzir tais taxas, facilitando, assim, condições para que as pessoas possam adquirir suas casas próprias e que tenham uma vida com dignidade para todas as pessoas; entre outras.

As discussões/problematizações levantadas nas aulas e apresentadas neste artigo não se esgotam aqui. Partindo-se desta investigação, outras pesquisas podem ser realizadas, abordando temáticas que envolvam: o endividamento e superendividamento das famílias brasileiras; os impactos do programa “Desenrola Brasil” na quitação de dívidas das pessoas que se foram beneficiadas; entre outras.

Falar de Educação Financeira e aprendizagem de Matemática é unir esses campos do conhecimento em defesa da construção de uma sociedade mais humana e com vida digna para todos, cujos cidadãos tenham consciência de suas atitudes e autonomia para lutar pelos seus direitos.

2.7 Referências

BATISTA, Lucas Athadeu Silva *et al.* A Matemática Crítica como caminho para a promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 22, n. 3, p. 355-361, 2021.

BASSOI, Tânia Stella; PECCIN, Marinez Shio. O cálculo mental e o registro de representação semiótico na EJA. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p. 185-208.

BAUMAN, Zygmunt. *Vida para o consumo: a transformação das pessoas em mercadorias*. 1 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2008.

BAUMAN, Zygmunt. *Vida a crédito: conversas com Citlali Rovirosa-Madrado*. Tradução de Alexandre Werneck. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRANDÃO, Carlos Rodrigues. A pesquisa participante e a participação da pesquisa. Um olhar entre tempos e espaços a partir da América Latina. In: BRANDÃO, Carlos Rodrigues; STRECK, Danilo. (Org.). *Pesquisa participante: o saber da partilha*. Aparecida: Ideias e Letras, 2006.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014.

CAMPOS, Celso Ribeiro. Aprofundando o estudo sobre a vertente comportamental da educação financeira. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. 1 ed. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 53-76.

CORRÊA, Madeline Odete Silva; MORETTI, Mércles Thadeu. Esboçando curvas de funções a partir de suas propriedades figurais: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p. 39-65.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silva Dias Alcântara (org.). *Educação Matemática: Uma (nova) introdução*. 3 ed. São Paulo, Educ. 2010.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática da Teoria à prática*. 23 ed. Campinas: Papirus, 2012. 8 reimp. 2021.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaines: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels): (fascículo I)*. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: editora livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Org. Tânia M.M. Campos; Tradução. Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de Representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Mércles Thadeu Moretti. *Revemat*, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. Tradução: Celia Finck Brandt e Mércles Thadeu Moretti. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p.15-38.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio. Economização, capital humano e literacia financeira na ótica

da OCDE e da ENEF. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. 1 ed. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 15-52.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; PESSOA, Cristiane Azevêdo Santos. Educação Financeira: questionamentos e reflexões de três grupos de pesquisa. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 13-50.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). *Pesquisa Social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis/RJ: Vozes, 2007.

SÁ, Ilydio Pereira de. *Matemática Financeira para educadores críticos*. Rio de Janeiro: Moderna LTDA., 2011.

SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos. Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas aos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores? In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 101-128.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica: A questão da Democracia*. Trad. Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papirus, 2001.

Educação Financeira Crítica e a aprendizagem matemática: o papel das conversões e dos tratamentos entre Registros de Representação Semiótica

Critical Financial Education and Mathematics learning: the role of conversions and treatments between registers of semiotic representation

Resumo: O objetivo deste artigo consiste em investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos. Para isso, foi proposto aos estudantes de uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI) de uma escola pública no município de Montes Claros/MG uma sequência de atividades com tarefas de Matemática Financeira. Os objetivos específicos consistiram em: (i) realizar a coordenação entre registros distintos de representação como ferramenta de construção do conhecimento matemático; (ii) executar, se necessário, a mudança de quadro ao resolver uma situação-problema dada. As atividades propostas envolveram a realização de procedimentos de cálculos de juros compostos, com a necessidade de efetuar a mudança para os quadros das equações exponenciais e dos logaritmos. As discussões e o aprofundamento atribuídos pela professora pesquisadora tiveram o propósito de contribuir para a aprendizagem de Matemática e, também, no entendimento da Educação Financeira Crítica. Os resultados nos apontam indícios da importância da articulação entre a aprendizagem de Matemática e a Educação Financeira em benefício da construção de uma vida financeira saudável e sua utilização no cotidiano. Em relação aos procedimentos de cálculos, os alunos demonstraram dificuldades na realização de procedimentos básicos e, também, na comunicação escrita.

Palavras-chave: Educação Financeira Crítica. Registros de Representação Semiótica. Aprendizagem de Matemática.

Abstract: In this study, it is proposed to investigate the students' level of mathematical knowledge when performing the conversion between different semiotic representation registers and the treatment of these objects. For this, a sequence of activities with Financial Mathematics tasks was proposed to the students of a 1st year class of High School in Full Time (EMTI) of a public school in the city of Montes Claros/MG. The specific objectives consisted of: (i) carrying out the coordination between different representation registers as a tool for building mathematical knowledge; (ii) perform, if necessary, frame change when solving a given problem situation. The proposed activities involved carrying out calculation procedures for compound interest, with the need to change to the tables of exponential equations and logarithms. The discussions and deepening attributed by the research professor had the purpose of contributing to the learning of Mathematics and, also, to the understanding of Critical Financial Education. The results indicate the importance of linking Mathematics learning and Financial Education to the benefit of building a healthy financial life and its use in everyday life. Regarding calculation procedures, students demonstrate difficulties in carrying out basic procedures and also in written communication.

Keywords: Critical Financial Education. Semiotic Representation Records. Mathematics Learning.

3.1 Introdução

O presente artigo tem o objetivo de investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica – (TRRS) foi fundamentada no ano de 1995, por Raymond Duval¹⁴. Sua obra – *Sémiosis et pensée humaine* – é um marco na TRRS, e seus trabalhos de pesquisa ganharam visibilidade em vários países, inclusive no Brasil, influenciando fortemente os estudos em Educação Matemática.

No Brasil, entre os estudiosos dessa teoria, destacamos o pesquisador Méricles Thadeu Moretti, professor no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica e do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina, na qual tem publicado e orientado diversas pesquisas em nível de Mestrado e Doutorado. Destacamos, também, a obra, “As contribuições da Teoria das Representações Semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática”, organizada por Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti, na qual apresentam um conjunto de artigos envolvendo a TRRS (Brandt; Moretti, 2014).

O ensino e a aprendizagem de Matemática devem servir para resolver problemas da realidade (D’Ambrosio, 2021; Duval, 2011; Fiorentini, Lorenzato, 2012). Nesta perspectiva, nas aulas de Matemática da Educação Básica, os professores devem propor tarefas que proporcionem aos alunos a capacidade de mobilizar/produzir novos conhecimentos, tendo em vista uma formação de acordo com o papel da educação, que visa à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa e democrática, conforme exposto na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) (Brasil, 1996) e, também, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018).

Em relação ao ensino e a aprendizagem de Matemática, Skovsmose (2021) ressalta a importância da construção de ambientes de aprendizagem que favoreçam a aproximação dos objetos matemáticos à realidade dos alunos. Tais ambientes de aprendizagem podem ser construídos utilizando os cenários para investigação que façam referências a uma

¹⁴ Filósofo e Psicólogo de formação. Seus estudos na área de Psicologia Cognitiva, desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo (França), têm contribuído fortemente para as pesquisas em Educação Matemática (Duval, 2009).

semirrealidade ou à vida real, possibilitando a mobilização/construção do conhecimento por parte dos discentes.

A Educação Financeira alinhada ao ensino e a aprendizagem de Matemática é apontada por Rodrigues (2021) como uma oportunidade para que os alunos possam atribuir sentido aos objetos estudados, fazendo com que a Matemática se torne útil, interessante e significativa, uma vez que esse tema possibilita uma aproximação ao cotidiano dos estudantes. De acordo com Batista *et al.* (2021), a Educação Financeira é uma temática de relevância social e, ao abordá-la alinhada aos conteúdos de Matemática, tem-se a oportunidade de construir um ambiente propício para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, permitindo aos alunos atuação crítica e reflexiva em muitas circunstâncias, sobretudo, nas que envolvem o uso do dinheiro.

Essa ideia é reforçada por Batista (2021), ao afirmar que a Educação Financeira, além de ser relevante do ponto de vista social, permite a significação de conteúdos matemáticos no cotidiano, facilitando os processos de ensino e de aprendizagem, pois viabiliza a contextualização e a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais.

Para Rodrigues (2021), norteado pelas ideias de Santos (2005), no Ensino Fundamental e Médio, os alunos devem adquirir um bom entendimento de operações financeiras, para que consigam hábitos saudáveis em relação ao uso do dinheiro quando chegarem à fase adulta. Assim, a Matemática exerce um papel importante nessa construção, veja:

Conhecer os conteúdos matemáticos que estão envolvidos nas atividades Financeiras tais como os cálculos de juros simples e compostos, os descontos, as capitalizações e amortizações de dívidas é sem dúvida, uma forma agradável de dar significado a diversos conteúdos importantes da Matemática do Ensino Fundamental e Médio, tais como: razões, proporções, porcentagem, funções, progressões aritméticas e geométricas, entre outros (Santos, 2005, p. 4).

Rodrigues (2021) enfatiza que é importante os alunos terem conhecimentos matemáticos para que não acarretem problemas de tomada de decisão de cunho financeiro no dia a dia: “a aplicabilidade da Matemática é uma importante ferramenta para o exercício da cidadania” (Rodrigues, 2021, p. 189). O autor ainda ressalta:

Faz-se necessário que o futuro professor de Matemática desenvolva um ensino de conteúdos que possuem uma aplicação direta na vida cotidiana dos alunos, e entre eles estão os conteúdos financeiros como: compra com pagamento à vista ou a prazo, juros, descontos e outras situações que exigem esse conhecimento. Assim sendo, saber lidar com o dinheiro, adequar nossas despesas ao salário e saber decidir como pagar compras são atitudes essenciais para o pleno exercício da cidadania e para uma melhor saúde financeira (Rodrigues, 2021, p. 189).

Nessa perspectiva, outros autores – como Coutinho e Teixeira (2015); Santos e Pessoa (2021); Chiappetta e Silva (2021) – também evidenciam a importância dos procedimentos de cálculos matemáticos realizados no contexto da Matemática Financeira, para que o aluno possa atribuir significado aos objetos matemáticos envolvidos nas operações. Desse modo, tais cálculos potencializam o entendimento da Educação Financeira.

A Educação Financeira pode ser abordada em diferentes vertentes, dentre elas, destacamos a Educação Financeira Crítica em um viés educacional, cujo propósito difere de uma Educação Financeira voltada para o consumo de produtos bancários. Corroboramos Kistemann Jr. (2020), Coutinho e Almouloud (2020) em uma concepção de Educação Financeira que vá além de aprender a lidar ou gerir seus próprios recursos financeiros, mas, sim, uma concepção que converge para a formação de um jovem consciente, que seja responsável com a sustentabilidade, por exemplo.

A Educação Financeira Crítica não se limita à aprendizagem dos objetos do conhecimento comuns à Matemática Financeira, visto que apenas dominá-los não constituem condições suficientes para que a decisão tomada seja, de fato, a melhor para o indivíduo consumidor. Entretanto, alguns educadores matemáticos – como Kistemann Jr, Coutinho e Pessoa (2021); Santos e Pessoa (2021) – ressaltam a importância desses conhecimentos para tomada de decisões conscientes e responsáveis:

Da mesma forma que há pessoas que conhecem as melhores decisões a serem tomadas, mas não tem condições de fazer, há também aquelas que não conhecem os riscos financeiros nos quais estão envolvidas, não sabendo lidar, por exemplo, com taxas de juros ou com as compras parceladas, utilizando de forma indevida o cartão de crédito (Santos; Pessoa, 2021, p. 106).

Corroboramos as falas acima no sentido de que é relevante para as pessoas terem conhecimento dos procedimentos de cálculos necessários para tomada de decisões conscientes, embora nem sempre o fato de conhecer a melhor decisão implique em sua real efetivação.

Em consonância com as ideias expostas e compreendendo a importância do conhecimento matemático para a formação/construção de um cidadão crítico, que seja capaz de tomar decisões conscientes e fundamentadas, utilizamos os aportes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e de aprendizagem matemática. Destarte, delimitamos como objeto de estudo os juros

compostos¹⁵, sendo necessário o uso das equações exponenciais e dos logaritmos para encontrar a solução desejada nas atividades propostas. A abordagem e o aprofundamento atribuídos pela professora pesquisadora se deram no contexto da Educação Financeira Crítica, em conformidade com os autores que discutem essa temática e foram mencionados anteriormente. Dessa forma, este estudo teve o objetivo geral de investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos.

Os dados para análise foram obtidos a partir do desenvolvimento de uma sequência de atividades cujos objetivos específicos consistiram em: (i) realizar a coordenação entre registros distintos de representação como ferramenta de construção do conhecimento matemático; (ii) executar, se necessário, a mudança de quadro ao resolver uma situação-problema dada. A sequência de atividades foi desenvolvida em uma turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI), de uma escola da rede pública estadual, localizada no município de Montes Claros/MG. Os resultados das atividades desenvolvidas são apresentados na seção “A sequência de atividades e os registros escritos dos alunos”.

É importante salientar que este estudo passou pelo crivo do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), sendo aprovado conforme termo consubstanciado sob a indicação n.º 5.580.777, de 13 de agosto de 2022, e Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CAAE) n.º 61180122.6.0000.5146.

Organizamos o texto em seções, da seguinte maneira: introdução, contendo as ideias que apresentam o tema e situa o leitor em relação aos objetivos da pesquisa; outra seção sobre aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a aprendizagem matemática; outra seção falando sobre o papel da língua natural e a aprendizagem matemática; outra dedicada aos procedimentos metodológicos; uma seção apresentando as atividades propostas e os registros escritos dos alunos, acrescida de nossas reflexões. Por fim, tecemos as considerações finais e apontamos ideias para o desenvolvimento de novas pesquisas.

3.2 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a aprendizagem de Matemática

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi proposta por Raymond Duval, em 1995, e discorre sobre a aprendizagem de Matemática com enfoque no papel dos

¹⁵ Escolhemos juros compostos pelo fato deste possuir vasta aplicação e uso na economia da sociedade do século XXI.

registros de representação semiótica para a apreensão dos conhecimentos matemáticos. É uma teoria semiocognitiva de aprendizagem fundamentada em objetos do conhecimento de Matemática da Educação Básica.

Dois elementos são muito importantes nessa teoria: os tratamentos e as conversões. Segundo Duval (2009), um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, no qual as regras de funcionamento são utilizadas. Um tratamento mobiliza apenas um registro de representação. Já a conversão consiste numa transformação que faz passar de um registro a outro; ela requer a coordenação dos registros que o sujeito efetua.

Cabe mencionar que os registros de representação são: as escrituras nominais; os símbolos; a escrita algébrica; decimal; em porcentagem; com expoentes; raízes; os signos; os códigos; os gráficos; as tabelas; os algoritmos; os desenhos; entre outros que possibilitam a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas de pensamento, permitindo diferentes registros de representação para o mesmo objeto (Damm, 2010).

Para Duval (2011), os registros são sistemas semióticos criadores de novos conhecimentos. Um único registro é suficiente para realizar um encaminhamento matemático, e os tratamentos são as únicas transformações de representações epistemologicamente importantes. Um tratamento é uma transformação de representação interna a um registro ou a um sistema. São nos tratamentos que as justificações, provas e demonstrações, em Matemática, se apoiam (Duval, 2009, 2011).

Já em relação à conversão, Duval (2009, p. 58) reitera que “converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação, ou da mesma informação num outro registro.” Sendo assim, “a conversão é uma transformação externa em relação ao registro de representação de partida” (Duval, 2009, p. 59).

A conversão pode favorecer a coordenação entre os registros de representação, sendo considerada, para a aprendizagem matemática, tão fundamental quanto as atividades de tratamento (Duval, 2009). Para que o aprendiz consiga fazer uma atividade de conversão, é imprescindível que se compreenda os conceitos e as propriedades da Matemática que permitem realizá-la, respeitando as normas internas de cada registro (Almouloud, 2007).

Duval (2009) aponta que diversas observações em sala de aula, análises de investigações científicas e inúmeras experiências de aprendizagem mostram que a conversão das

representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a maioria dos alunos.

Para um estudante realizar uma conversão, depende do nível de conhecimento prévio que ele consegue mobilizar para que visualize o registro adequado. Em seguida, deve-se efetuar o tratamento respeitando as normas e procedimentos internos de cada registro utilizado. Por exemplo, para um aluno da Educação Básica perceber que $\frac{3}{4}$ corresponde ao número 0,75 pode ser uma operação fácil, pois basta processar a divisão de 3 por 4. Entretanto, essa situação pode ser menos evidente em uma operação recíproca ou, ainda, para encontrar a escrita fracionária correspondente a 0,78 (Duval, 2009).

De acordo com Almouloud (2007), a conversão – ou mudança de registro – constitui um dos pontos delicados e decisivos na aprendizagem de Matemática no ensino básico, e as dificuldades relacionadas se não forem trabalhadas cuidadosamente podem persistir até o início da universidade. Para Duval (2009), a conversão é fundamental para que se possa efetuar um tratamento diferente em um outro registro e alcançar os resultados almejados em uma situação qualquer. Uma mudança de registro facilita a compreensão ou a descoberta de novos conteúdos, principalmente para os sujeitos que estão iniciando tarefas que envolvam coordenação de registros: “a ausência de coordenação entre diferentes registros cria muito frequentemente uma deficiência para as aprendizagens conceituais” (Duval, 2009, p. 63).

Outro ponto que merece destaque na TRRS é a mudança de quadro. Segundo Almouloud (2007, p. 78), “a noção de quadro baseia-se, inicialmente nas diferentes abordagens e nos diferentes domínios matemáticos, não relacionados a sistemas semióticos”. A ideia de quadro é explícita quando nos deparamos com uma atividade que, ao ser realizado o tratamento, exige a exploração de outros conhecimentos que talvez não estejam claros na referida atividade.

Uma ou mais mudanças de quadros podem ser observadas, por exemplo, ao resolver uma atividade de juros compostos que recai numa equação exponencial e, por sua vez, pode necessitar de explorar os logaritmos para que se encontre a solução desejada. Outro exemplo de mudança de quadros é visualizado ao encontrar a equação da reta que passa por dois pontos quaisquer no plano cartesiano, nesse caso, pode-se fazer uma mudança do quadro algébrico para o quadro da geometria analítica.

Para Almouloud (2007), as mudanças de quadro podem ocorrer naturalmente, uma vez que são pensadas ou sugeridas pelo professor. Por outro lado, para que o aluno consiga percebê-

las, é preciso conhecer antecipadamente a Matemática e compreendê-la. “É possível que as mudanças de quadro sejam percebidas unicamente por matemáticos ou por professores, mas não pelo aprendiz” (Almouloud, 2007, p. 79).

Em um quadro pode haver vários registros. Por exemplo, no quadro geométrico temos os registros: em língua materna, figural e simbólico; sendo que uma mudança de quadros pode ser feita, também, dentro de um mesmo registro, como ocorre quando se trata do registro da escrita algébrica e do registro na língua natural (Almouloud, 2007).

De acordo com Duval (2009), a aprendizagem de Matemática constitui um campo de estudo privilegiado para a análise de atividades cognitivas fundamentais como: a conceitualização; o raciocínio; a resolução de problemas; e, também, a compreensão de textos. A particularidade da aprendizagem de Matemática considera que essas atividades cognitivas requeiram a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens. Sistemas variados de formas de escrituras para os números, notações simbólicas para objetos, escrituras algébricas e lógicas paralelas à língua natural e que consigam exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectivas, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, entre outros. O uso desses sistemas semióticos de representação e de expressão é essencial para o desenvolvimento das atividades cognitivas e para o desenvolvimento do pensamento.

Para exemplificar o que foi exposto no parágrafo anterior, tomemos como base uma situação-problema extraída de uma palestra proferida por Duval, no III Seminário Internacional de Educação Matemática¹⁶ (SIEMAT), em junho de 2011: “Um jornal e seu suplemento custam R\$ 1,10. O jornal custa R\$ 1,00 a mais que seu suplemento. Quanto custa o jornal?”

Veja que o enunciado se encontra na língua materna. Duval (2011) explica que, para responder um problema como esse, o aluno deve: reconhecer a incógnita do problema; aceitar designar por uma letra e operar sobre ela como faria sobre um número conhecido; saber traduzir os dados (quase sempre verbais) de um enunciado em uma cadeia de operações escritas em linhas; realizar o tratamento desses dados e comunicar os resultados encontrados.

Veja no Quadro 1, o caminho apontado por Duval (2011) para encontrar a solução desse problema.

¹⁶ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=vvgiS6c_k5g. Acesso em 18 jun. 2023.

Quadro 1: Passos para a solução da situação-problema proposta por Duval (2011)

	Designação verbal	Designação numérica	Redesignação literal
Designação direta	Custo do jornal Custo do suplemento Custo dos dois	... ?... ... ?... ... 1,1...	a b (a + b)
Designação indireta Descritiva (língua) Funcional (letras)	O jornal custa R\$ 1,00 <i>a mais que o</i> suplemento	(... + 1)	b + 1
Dupla designação de um mesmo objeto	Objeto: o custo dos dois: “um jornal e seu suplemento custam 1,10.”	1,1	(a + b) ou (b + 1) + b?
Equivalência Referencial			2b + 1 = 1,1

Fonte: Elaborado pela autora a partir de Duval (2011), SIEMAT (palestra *on-line*).

Após realizado os passos acima, a solução para o problema é facilmente encontrada efetuando os procedimentos específicos de resolução de equações do primeiro grau, e o resultado pode ser comunicado em língua natural, conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Tratamento realizado para a expressão $2b + 1 = 1,1$

$2b + 1 = 1,1$	$a = b + 1$
$2b + 1,1 - 1$	$a = 0,05 + 1$
$2b = 0,1$	$a = 1,05$
$b = 0,05$	Custo do jornal $a = 1,05$
	Custo do suplemento = 0,05

Fonte: Elaborado pela autora.

Duval (2011) reitera a importância da língua natural para o desenvolvimento do pensamento matemático e ressalta que, se suprimimos os dados do problema, e, simplesmente pedimos os alunos para resolverem situações do tipo $0,05 + 1$, ou do tipo, $2b + 1 = 1,1$ o aluno não constrói a imaginação, uma vez que, em operações dessa natureza, não há espaço para o aluno imaginar, para despertar a criação.

Para Duval (2011, 2014), a atividade matemática jamais se limita à utilização de um único registro: “A atividade matemática exige que utilizemos, desenvolvemos e coordenemos muitos sistemas de representação semióticos e, também a língua natural mesmo que esta não sirva para calcular” (Duval, 2014, p. 37).

Ao discorrer sobre a língua natural, Duval (2009) afirma que ela é fundamental na comunicação entre alunos e professores e constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento, porém, não pode ser reduzida apenas à função de comunicação. A partir dessa perspectiva, na seção a seguir discorreremos sobre o papel da língua natural na aprendizagem matemática.

3.3 O papel da língua natural na aprendizagem de Matemática

Duval (2011) salienta que, dentre os diversos sistemas semióticos de representação, a língua natural se destaca como o principal, sendo fundamental para a comunicação entre alunos e professores em sala de aula. Ademais, constitui-se o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento, entretanto, não pode ser reduzida apenas à função de comunicação. A comunicação é fundamental, pois como você vai criar um espaço didático se não tiver essa habilidade? No entanto, não é só isso, há outras funções da linguagem que são importantes e, quando se trata de Matemática, esta admite outros empregos necessários para a ampliação dos discursos, uma vez que cumpre a função cognitiva e age como um registro de representação semiótica para o desenvolvimento do pensamento (Sabel; Moretti, 2022).

Em Matemática, somente a língua materna não é suficiente ou conveniente para representar e descrever os seus objetos, sendo necessário o uso de diferentes formas de linguagem para que seja criada essa comunicação didática: “Outros sistemas semióticos como a álgebra, a geometria e a aritmética, no interior da língua materna, precisam ser evocados e nesse momento a linguagem vai além de sua principal função de comunicação” (Sabel; Moretti, 2021, p. 4).

Em um enunciado do tipo: *Encontre C, ponto médio do segmento AB*, para que haja compreensão, o aluno precisa evocar, por meio de aspectos cognitivos, a ideia de ponto médio e de segmento de reta. Da mesma maneira em uma expressão do tipo: *Considere um triângulo equilátero*, a compreensão desse enunciado requer que o estudante mobilize seus conhecimentos criando uma representação mental para um triângulo cujas medidas dos lados sejam congruentes. Nesse sentido, para que a análise da aprendizagem matemática possa ser reconhecida, Sabel e Moretti (2021, 2022) estudaram, com base em Duval, outras funções da linguagem natural, sendo elas, as funções metadiscursivas e discursivas.

As funções metadiscursivas são funções cognitivas comuns a todos os registros de representação (linguístico, simbólico, figurativo...). No âmbito do discurso, três funções

metadiscursivas se destacam, sendo elas: *a comunicação*, necessária para que as pessoas possam compartilhar e socializar conhecimentos, podendo ocorrer por meio de uma conversa, exposição, comentário, esclarecimento, entre outros; *o tratamento*, que consiste em uma alteração na maneira de falar, sem mudar o registro de representação – e acontece, por exemplo, quando o professor explica o conteúdo de uma maneira e percebe que o aluno não compreendeu, e o docente volta a explicar usando outra maneira de falar –; e *a objetivação*, que é quando acontece a tomada de consciência do aprendizado, ou seja, o sujeito dá conta que aprendeu. Essa percepção é externalizada por uma escrita, manifestação oral ou até mesmo por gestos do indivíduo (Sabel; Moretti, 2021, 2022).

Já as funções discursivas, são enfatizadas por Duval (2011), que afirma que são nestas funções que a aprendizagem matemática se torna mais evidente. Elas consistem em: 1) Função Referencial; 2) Função Apofântica; 3) Função de Expansão Discursiva; e 4) Função de Reflexividade.

A Função Referencial é responsável por utilizar signos (palavras, letras, símbolos, números) para designar objetos. Sabel e Moretti (2022) apontam, com base em Duval (2004), quatro operações específicas da Função Referencial, são elas: a) *designação pura*, utilizada em enunciados do tipo: *Considere M o ponto médio do segmento*, M aqui foi usado para designar um objeto e representá-lo; b) *caracterização simples*, consiste na operação de atribuir certas qualidades aos seus objetos – no exemplo anterior, M foi caracterizado, explicitado que representa o ponto médio do segmento, sem essa caracterização, M poderia ser entendido como mediana, vértice, ângulo, entre outros; c) *a determinação* consiste em atribuir artigos definidos ou indefinidos (o, a, os, as, um, uns, uma, umas), com o objetivo de tornar precisa a categorização do objeto (a reta s, o ponto médio); e por fim, d) *a descrição*, que tem como objetivo identificar o objeto por meio de relações diretas com as operações de categorização e determinação, ou seja, não é possível criar um nome para cada objeto, portanto, é a partir da operação de descrição que se pode nomeá-los.

A Função Apofântica, no entender de Sabel e Moretti (2022), atribui ações em que o sujeito exprime um pensamento, fala ou escrita sobre os objetos. Cabe a essa função extrair dos enunciados completos um valor lógico (verdadeiro ou falso), epistêmico (respeita as regras internas da Matemática) e social (advém do motivo que levou à construção da frase). A Função Apofântica ocorre por meio das operações da predicação ou da elocução. Um exemplo apontado por Sabel e Moretti (2022, p. 7) é “a medida do segmento x na figura pode ser obtida através

da aplicação do Teorema de Pitágoras.” Observe que o enunciado tem sentido completo, lógico e respeita os fundamentos da Matemática, exercendo bem a Função Apofântica pela operação de predicção. Já a elocução pode ser percebida por meio da oralidade, por exemplo, quando o aluno explica ao professor como chegou aos resultados em uma situação-problema qualquer que seja.

A **Função Expansão Discursiva** é enfatizada por Sabel e Moretti (2022) – tendo por base os estudos de Duval (2004) – como uma função que tem o objetivo de articular diversos enunciados completos na unidade coerente de uma narração, uma descrição, uma explicação ou um raciocínio, pois permite interligar uma frase a outra; articula proposições e possibilita que o interlocutor realize inferências tornando explícito aquilo que estava implícito. Sabel e Moretti (2022) destacam que a Função Expansão Discursiva acontece com operações de substituição (registros numéricos, algébricos e formais da Matemática) e acumulações (por meio da linguagem natural). Ela pode ser realizada de quatro formas expansivas distintas, quais sejam: a) *lexical*, mantendo a coesão no discurso; b) *formal*, utiliza regras de substituição com o uso de símbolos na linguagem matemática que é muito utilizada nas demonstrações; c) *natural*, busca utilizar o uso comum da linguagem, é a utilização da língua natural que permite escrever proposições; e d) *cognitiva*, tendo seu vocabulário limitado às nomenclaturas exclusivas a um certo conhecimento. Um exemplo desse tipo de função é “um número ímpar excede um número par em uma unidade. Logo, a soma de dois números ímpares resulta em um número par” (Sabel; Moretti, 2021, p. 8).

Função de Reflexividade Discursiva, no entender de Sabel e Moretti (2022), fundamentado nos estudos de Duval (2004), é caracterizada como uma operação que permite a interpretação dos sujeitos envolvidos no discurso, de forma a estabelecer uma relação entre o ato intencional e a criação de um enunciado. Por exemplo, a mudança no tom de voz ou a forma como o enunciado é expresso pode mudar o sentido da expressão que se pretende anunciar.

Essas funções discursivas e metadiscursivas imprimem à linguagem natural um papel primordial na aprendizagem de Matemática. Em uma aula de geometria, por exemplo, não seria possível o professor ensinar apenas com imagens, excluindo o discurso. As imagens dão suporte, o discurso promove a possibilidade de comunicar o conteúdo entre professor e aluno (Sabel; Moretti, 2021).

A seção a seguir apresenta os procedimentos metodológicos.

3.4 Procedimentos metodológicos

Esta investigação se enquadra na técnica de pesquisa participante. De acordo com Brandão (2006), uma pesquisa é participante não pelo fato de os atores sociais serem coadjuvantes dela, mas sim por ela se projetar, realizar e desdobrar a partir da participação ativa e crescente de tais atores. As intervenções da professora, autora desta dissertação, e a participação e engajamentos dos alunos constituíram peças fundamentais para a obtenção dos dados. Tem foco qualitativo, uma vez que não se preocupa com porcentagens ou quantidade de produções analisadas, mas valoriza a produção realizada por meio dos registros apresentados pelos participantes. As intervenções da professora pesquisadora constituíram-se peças fundamentais para a obtenção dos dados.

Para a coleta de dados, foi elaborada uma sequência de atividades contendo três atividades, desenvolvidas em uma turma do 1º Ano do Ensino Médio em Tempo Integral (EMTI) DE uma escola da rede pública estadual do município de Montes Claros/MG, sob a responsabilidade da professora pesquisadora, autora desta dissertação e que atuava como professora da referida turma, ministrando 5 horas/aula (h/a) semanais, sendo 1 h/a de Nivelamento Matemático; 2 h/a de Práticas Experimentais; e 2 h/a de Tutoria, componentes curriculares do EMTI, no ano 2022.

A realização das atividades ocorreu entre os dias 14 e 21 de novembro de 2022, em 5 h/a. Todos os alunos receberam o material impresso, o qual tiveram acesso apenas na presença da professora pesquisadora. Foram utilizadas a observação sistemática e anotações de falas dos discentes durante as aulas. Como registros físicos para análise posterior, todos os registros escritos foram recolhidos, de modo que não se utilizou recursos de gravações de áudio.

Participaram das atividades 18 alunos que aceitaram o convite e estiveram presentes nas 5 horas/aula da professora pesquisadora no período acima referido. Eles foram orientados quanto aos objetivos da pesquisa e informados que suas identidades seriam preservadas em consonância com os princípios éticos adotados nas pesquisas com seres humanos.

Todas as tarefas propostas foram realizadas em sala de aula na presença da professora pesquisadora e contou com a mediação desta sempre que necessário. Ao final de cada aula as atividades eram recolhidas pela professora que só as entregavam nas aulas seguintes para dar prosseguimento.

Durante a realização das atividades a professora observou atentamente a participação dos alunos, o envolvimento com as atividades e o diálogo estabelecido entre os grupos. À medida que surgiam dúvidas, estas eram imediatamente esclarecidas pela docente ou pelos demais participantes.

Para preservar a identidade dos alunos e visando acompanhar o processo de construção do conhecimento de cada um deles, as atividades de cada um foram numeradas, de forma aleatória, com os numerais de 1 a 18, sendo, portanto, denominados como aluno A1, A2, A3, ... A18. Resultados obtidos nesta intervenção são apresentados na seção posterior.

3.5 A sequência de atividades e os registros dos alunos

A realização das atividades propostas ocorreu em 5 h/a, sendo que, na primeira, houve uma explanação com o objetivo de apresentar aos estudantes quadros e registros que, provavelmente, seriam utilizados na resolução das atividades. Almouloud (2007) aponta que as mudanças de quadro podem ocorrer naturalmente, uma vez que são pensadas pelo professor; por outro lado, para que o aluno consiga realizar uma mudança de quadro, é necessário que compreenda a Matemática e domine os objetos do conhecimento envolvidos em cada um dos quadros. É importante ressaltar que, anteriormente à aplicação dessas atividades, os discentes já haviam estudado juros compostos, propriedades dos logaritmos e equações exponenciais, objetos do conhecimento presente no currículo de Matemática da Educação Básica para o referido ano escolar.

Nas aulas seguintes, em grupos, os alunos discutiram e registraram os procedimentos de cálculos realizados para cada uma das três questões a seguir. 1) *Durante quantos meses, aproximadamente, foram aplicados R\$ 580,00, sob juros compostos com taxa efetiva de 5% ao mês para gerarem um montante de R\$ 900,00? Informações: $\log(1,55) = 0,1903$; e $\log(1,05) = 0,021$;* 2) *Um investidor aplicou R\$ 600.000,00 a juros compostos mensais durante 2 anos e recebeu um montante de R\$ 3.804.708,60. Qual foi a taxa de juros nessa operação? Informações: $\log(1,08) = 0,033$;* 3) *Durante quantos meses, aproximadamente, um capital qualquer, aplicado a juros compostos com taxa efetiva de 2% ao mês, fica com seu valor duplicado? Informação: $\log(2) = 0,301$; e $\log(1,02) = 0,0086$.*

De acordo com Santos e Pessoa (2021) e Kistemann Jr., Coutinho e Pessoa (2021), atividades dessa natureza pertencem ao campo da Matemática Financeira, entretanto, no trabalho em sala de aula, dependendo da abordagem, do aprofundamento e da ampliação que o

professor fizer, uma atividade qualquer de Matemática Financeira poderá se transformar em um exercício de Educação Financeira. Em relação à aprendizagem de Matemática, Batista (2022) destaca que a Educação Financeira possibilita uma aproximação dos conteúdos matemáticos com situações do cotidiano dos estudantes, concedendo aos objetos do conhecimento matemático uma perspectiva menos abstrata, evidenciando o caráter relevante da Matemática.

Outra questão que julgamos relevante destacar é: do ponto de vista da Educação Financeira Crítica, atividades de Matemática Financeira que incentivem o acúmulo de capital ou aplicações de investimentos diversos, ao serem trabalhadas em sala de aula, exigem do professor uma postura e uma abordagem que possibilitem aos estudantes pensarem as problemáticas que envolvem a realidade das famílias, sem se limitar apenas à realização dos procedimentos de cálculos matemáticos.

Dessa forma, partindo do enunciado das atividades, a professora pesquisadora levantou problematizações no contexto da Educação Financeira, tais como: Vocês acham que existem investimentos que pagam ao cliente 5% de juros mensais? E 8%? E 10%? Que tipo de investimentos são esses? São lícitos? Muitas famílias brasileiras possuem renda inferior a 1 salário mínimo, é possível afirmar que caso fiquem endividadas é por que não sabem lidar com dinheiro? Consiste em prioridade, na vida delas, aprender realizar investimentos em bolsas de valores ou aplicações financeiras em bancos? Se uma pessoa física necessita utilizar o valor disponibilizado em sua conta bancária no cheque especial, a maioria dos bancos brasileiros cobram, em média, uma taxa de 14% ao mês e se, porventura, a mesma pessoa deixar um dinheiro aplicado na poupança, os bancos pagam em torno de 0,05% ao mês; os bancos são realmente amigos dos clientes? Um investidor comum consegue ter R\$ 600.000,00 disponível para aplicação? Entre outras.

Ressaltamos que, para tais problematizações, não é possível atribuir juízo de valor como certo ou errado às respostas obtidas. No entanto, as reflexões a que elas remetem tendem a despertar o senso crítico do aluno, favorecendo a formação/construção de um cidadão que saiba se defender das armadilhas do capitalismo e tenha consciência de suas tomadas de decisão, situação em que a Matemática exerce um papel fundamental.

Como nosso objetivo consistiu em investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos, voltamos nosso olhar aos registros escritos dos estudantes e, com base no aporte teórico dos registros de representações semióticas, serão tecidas nossas análises.

Veja que, para efetuar os procedimentos de cálculo em cada uma das atividades propostas, o aluno necessita: compreender o enunciado que se apresenta em língua natural; extrair os dados necessários; aplicar em uma fórmula matemática, que nesse caso seria a fórmula dos juros compostos; depois, realizar o tratamento interno ao registro; fazer uma mudança de quadro para as equações exponenciais e, também, para o quadro dos logaritmos; aplicar as propriedades adequadas; efetuar o tratamento conforme regras internas a cada registro; e comunicar os resultados. As atividades exigiam, ainda, que os alunos tivessem o domínio de registro em decimal, fracionário, com expoentes, entre outros; soubessem realizar a conversão de um registro a outro e efetuar o tratamento dentro de cada um deles, respeitando suas normas e procedimentos internos, conforme apontado por Almouloud (2017, p. 79): “na maioria das situações matemáticas para fazer uma conversão é imprescindível que o aprendiz compreenda os conceitos e as propriedades matemáticas que permitem fazer tal conversão.”

Dentre os 18 participantes, apenas 7 deles (aproximadamente 38,8%) conseguiram realizar os cálculos para a Atividade 1. Os registros realizados por eles foram similares, como podemos perceber na Figura 1, na qual apresentamos os registros de A3.

Figura 1: Registro de A3

1) Durante quantos meses, aproximadamente, foram aplicados R\$ 580,00, sob juros compostos com taxa efetiva de 5% ao mês para gerarem um montante de R\$ 900,00?

Informações: $\log(1,55) = 0,1903$; e $\log 1,05 = 0,021$

$m = 900,00$ $F = 1 + I = 1,05$ $n = ?$ $I = 0,05$ $m = C \cdot F^n$ $900 = 580 \cdot 1,05^n$ $1,05^n = \frac{900}{580}$ $1,05^n = 1,55$	$\log(1,05)^n = \log(1,55) \quad I = \frac{5}{100}$ $n \log(1,05) = \log(1,55)$ $I = 0,05$ $n = \frac{\log(1,55)}{\log(1,05)}$ $n = \frac{0,1903}{0,021}$ $n = 9$
---	--

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Com base nos registros apresentados por A3, inferimos que ela compreendeu o enunciado em língua natural; realizou a coordenação entre os registros envolvidos – numérico,

fracionário, porcentagem, decimal e com expoentes –; procedeu a mudança do quadro dos juros compostos para o quadro das equações exponenciais; fez o tratamento nesse registro; efetuou novamente a mudança de quadro para os logaritmos; soube aplicar a propriedade adequada – $\log_k a^n = n \cdot \log_k a$ – e operar sobre ela, demonstrando domínio de conhecimento matemático em cada um dos quadros e registros envolvidos nessas operações. Em relação aos registros escritos, ela poderia ter utilizado a língua materna para comunicar os passos que seguiu, embora seja possível acompanhar a construção do conhecimento e o raciocínio matemático efetuado por ela e associar 900 ao montante M; $(1 + i)$ ao fator de correção F e 580 ao capital C.

No decorrer da realização da atividade em sala de aula, era possível acompanhar o processo de construção do conhecimento dos participantes por meio da comunicação oral, no entanto, nos registros escritos apresentaram dificuldades em expressá-los. Esse dado vai ao encontro de Duval (2014), ao reiterar que, entre a produção oral dos discentes e o registro escrito, há uma distância considerável.

Ressaltamos que, para comunicar o resultado final, os participantes que realizaram essa atividade poderiam ter utilizado melhor a língua natural. Contudo, podemos inferir que demonstraram domínio dos objetos do conhecimento em estudo, uma vez que conseguiram transitar entre, pelos menos, dois registros diferentes. Conforme aponta Duval (2009), o aluno aprendeu Matemática quando ele consegue transitar com facilidade entre diversas representações de um mesmo objeto, realizando a coordenação e o tratamento adequado, obedecendo as normas e procedimentos internos a cada registro utilizado. “A questão da coordenação dos registros e os fatores suscetíveis de favorecer esta coordenação aparecem então como questões centrais para as aprendizagens intelectuais” (Duval, 2009, p. 39).

Já a Atividade 2 exigia um nível de raciocínio matemático mais avançado que a anterior. Os alunos deveriam, além de compreender o enunciado em língua materna, extrair os dados; aplicar na fórmula dos juros compostos; coordenar os registros; realizar tratamentos específicos; efetuar a mudança de quadro e, ainda, associar o fator de correção $F = (1 + i) = 1,08$ para conseguir aplicar a propriedade dos logaritmos, retomando uma equação de primeiro grau e encontrar a solução esperada.

Diante disso, apenas a aluna A5 conseguiu modelar e realizar os primeiros passos exigidos para chegar à solução, porém, comete erro ao efetuar o tratamento na fórmula dos juros compostos. Veja os seus registros na Figura 2.

Figura 2: Registro da aluna A5

2) Um investidor aplicou R\$ 600 000,00 a juros compostos mensais. Durante 2 anos e recebeu um montante de R\$ 3.804.708,60 qual foi a taxa de juros nesta operação? Informações: $\log(1,08) = 0,033$

$m = 3.804.708,60$
 $i = ?$
 $F = 1 + i = ?$
 $n = 2$
 $m = C \cdot F^n$
 $3.804.708,60 = 600.000,00 \cdot 1 + (i^2)$
 $1 + i^2 = \frac{3.804.708,60}{600.000,00}$
 $1 + i^2 = 6,34$
 $1 + i^2 = \sqrt{6,34}$

$i = 2,51$
 $i = 2,51 - 1 = 1,51$

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Observando o registro feito pela aluna A5, percebe-se a confusão feita ao colocar o parêntese em $1 + (i^2)$ ao invés de $(1 + i)^2$, haja vista que o uso do parêntese em local inapropriado a levou para um caminho que não condiz com a resposta esperada, revelando lacunas na sua aprendizagem.

Para a Atividade 3, destacamos os registros de A9 (Figura 3), na qual percebe-se o uso de diferentes registros de representação semiótica (em decimais, com exposição, em fração), a coordenação, o tratamento e a conversão. Além disso, A9 realizou também a mudança de quadros (juros compostos, equações exponenciais e propriedade dos logaritmos), operando em conformidade com as regras coerentes a cada um deles. É importante ressaltar que A9 também poderia ter utilizado a língua materna para comunicar seus registros. A não ocorrência desse fato revela dificuldade apresentada ao registrar de forma escrita algo que era possível perceber por meio da comunicação oral.

Figura 3: Registro do aluno A9

3) Durante quantos meses, aproximadamente, um capital qualquer, aplicado a juros compostos com taxa efetiva de 2% ao mês, fica com seu valor duplicado? Informação:
 $\log(2) = 0,301$; e, $\log(1,02) = 0,0086$

$m = C \cdot F^n$ $2C = C \cdot F^n$ $\frac{2C}{C} = F^n$ $2 = (1,02)^n$ $(1,02)^n = 2$ $n \cdot \log(1,02) = \log 2$	$n \cdot 0,0086 = 0,301$ $n = \frac{0,301}{0,0086}$ $n = 35$	$F = 1+i$ $F = 1 + \frac{2}{100}$ $F = 1,02$ $F = 1,02$
--	--	--

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Os dados apresentados nas figuras 1, 2 e 3 corroboram Duval (2014, p. 19) ao explicar que “a passagem da expressão oral à escrita, de uma mensagem, constitui um salto muito grande para os alunos.” Muitas vezes, o estudante consegue expressar de forma oral, porém, ao realizar o registro escrito, não é uma operação fácil. Para Duval (2014), isso acontece porque a produção oral requer muito menos operações discursivas do que a escrita.

Os registros dos estudantes nos levam a entender, também, com base em Duval (2009, 2011, 2014), a importância de os professores explorarem não somente os tratamentos em sala de aula, mas, também a conversão entre diferentes registros de representações semióticas, possibilitando aos alunos condições favoráveis para que construam seu conhecimento matemático.

Apesar da dificuldade apresentada para comunicar os resultados em língua materna, do ponto de vista da TRRS e de acordo com os registros de alguns dos alunos, com exceção na Atividade 2, os participantes demonstraram apreensão dos objetos matemáticos em estudo, expressando seu domínio ao transitar entre registros distintos e operar em conformidade com as regras internas de cada um deles, efetuando – quando necessário – a mudança de registro e, até mesmo, mudanças de quadro. Para Duval (2009), falar sobre registros é colocar em jogo o problema da aprendizagem em Matemática e dar ao professor um meio que pode ajudá-lo a facilitar a compreensão dos objetos do conhecimento envolvidos.

Muitas vezes, necessitamos rever nossa postura enquanto professores que ensinam Matemática e minimizar a distância entre o que é dito e o que registramos de forma escrita para que assim possamos esperar esse comportamento em nossos alunos. “Na sala de aula existe uma distância considerável entre o que fazemos, quando escrevemos ou em uma folha, e o que dizemos oralmente sobre o que fazemos, no momento em que fazemos e não posteriormente” (Duval, 2011, p. 119).

3.6 Considerações finais

Nosso objetivo neste artigo consistiu em investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos. Para tanto, utilizamos o aporte da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval, como ferramenta didático-metodológica nos processos de ensino e de aprendizagem em Matemática e, também, como parâmetro de análises dos dados obtidos nos registros dos estudantes que participaram das atividades propostas na sequência de atividades.

Ao adentrar nos pressupostos da TRRS, aprofundamos nossas leituras em busca de entender a importância da linguagem na aprendizagem de Matemática. E, em conformidade com Duval (2009), compreendemos que ela constitui o principal registro de representação semiótica e é fundamental na comunicação entre alunos e professores.

As concepções de ensino e de aprendizagem matemática que defendemos corroboram os estudos de D’Ambrosio (2021); Duval (2009, 2014); Fiorentini e Lorenzato (2012); entre outros autores, no sentido de que o ensino e a aprendizagem de Matemática devem servir para mobilizar pessoas na vida em sociedade. Sendo assim, aproximamos os objetos do conhecimento de Matemática (juros compostos, equações exponenciais e logaritmos) à realidade dos alunos ao propor atividades de Matemática Financeira com uma abordagem cujo propósito consiste no entendimento da Educação Financeira.

Norteados pela TRRS, inferimos que alguns alunos conseguiram transitar entre, pelo menos, dois registros distintos, de forma natural, demonstrando a aprendizagem dos objetos abordados nas atividades propostas. Esse dado vai ao encontro das investigações de Duval (2014), quando afirma que o aluno aprendeu Matemática quando transita, da forma mais natural possível, entre diferentes registros de representação.

No decorrer das atividades propostas na sequência de atividades, foram perceptíveis dificuldades apresentadas pelos estudantes na realização dos procedimentos básicos de cálculos relacionados a habilidades trabalhadas em anos anteriores de escolarização e que deveriam estar consolidadas, por exemplo, o cálculo de potenciação.

Enfim, certos de que o assunto não se esgota nesta discussão, desejamos que outras pesquisas sejam evidenciadas a partir desta, e que a Educação Financeira, alinhada à aprendizagem de Matemática, possa contribuir no fortalecimento desses campos do conhecimento, tendo em vista a construção de uma sociedade na qual os sujeitos consigam, de fato, efetivar a verdadeira emancipação.

3.7 Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BATISTA, Lucas Athadeu Silva *et al.* A Matemática Crítica como caminho para a promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 22, n. 3, p. 355-361, 2021

BATISTA, Lucas Athadeu Silva. *Conhecimentos didático-matemáticos de futuros professores de matemática sobre educação financeira*. 2021. 97f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros.

BRANDÃO, Carlos Rodrigues. A pesquisa participante e a participação da pesquisa. Um olhar entre tempos e espaços a partir da América Latina. In: Brandão e STRECK, Danilo Romeu (Orgs). *Pesquisa Participante: o saber da Partilha*. Aparecida, SP: Ideias e Letras. 2006.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: Diário Oficial da União, 23 de dez. 1996.

CHIAPPETTA, Stephany Karoline de Souza; SILVA, José Roberto da. Etnomatemática vinculada à educação financeira para promover reflexões sobre consumo consciente. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 129-152.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; TEIXEIRA, James. Letramento Financeiro: Um Diagnóstico de Saberes Docentes. *REVEMAT*, v.10, n. 2, p. 1-22, 2015.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; ALMOULOUD, Saddo Ag. Letramento financeiro e

o perfil de professores que ensinam Matemática na escola básica. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 77-106.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Educação Matemática: Uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo, Educ. 2010.

D' AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012. 8. reimp. 2021.

DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaines: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Traducción de Myriam Veja Restrepo. Santiago de cali: Universidad del valle, instituto de Educación y pedagogía, grupo de Matemática, 2004.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels): (fascículo I)*. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: editora livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Organização de Tânia M.M. Campos; Tradução de Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, Raymond. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. Tradução: Celia Finck Brandt e Méricles Thadeu Moretti. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p.15-38.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3 ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio. Economização, capital humano e literacia financeira na ótica da OCDE e da ENEF. In: CAMPOS, Celso Ribeiro; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. (Org.). *Educação Financeira no contexto da Educação Matemática: pesquisas e reflexões*. 1 ed. Taubaté: Editora Akademy, 2020. p. 15-52.

KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; PESSOA, Cristiane Azevêdo Santos. Educação Financeira: questionamentos e reflexões de três grupos de pesquisa. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 13-50.

RODRIGUES, Márcio Urel. Educação Financeira na formação inicial de professores de Matemática: uma necessidade urgente. In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 183-202.

SANTOS, Cesar. Sátiro. *Rico ou pobre: uma questão de educação*. Campinas: Armazém do Ipê, 2005.

SABEL, Eduardo; MORETTI, Mércles Thadeu. Para além da comunicação em sala de aula: o papel das funções discursivas na aprendizagem matemática. *Revista Educação Matemática em Foco*, v. 10, n. 2. 2021.

SABEL, Eduardo; MORETTI, Mércles Thadeu. A contribuição das funções discursivas na análise da produção dos estudantes na resolução de problemas. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 11, n. 26, p. 338-360, set./dez. 2022.

SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos. Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas aos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores? In: KISTEMANN Jr., Marco Aurélio; ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. (Org.). *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Editora Akademy, 2021. p. 101-128.

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas: Editora Papirus, 2021.

CONSIDERAÇÕES

Não poderia escrever as considerações finais desta dissertação sem mencionar a relevância das atividades realizadas ao longo das disciplinas cursadas no Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), dentre as quais, destaco: a participação nos seminários de dissertação promovidos semestralmente; apresentações realizadas e discutidas em eventos educacionais promovidos dentro e fora do programa; o vínculo construído com os professores, em especial, meu professor orientador; as relações construídas com os demais mestrandos; as leituras diversas realizadas ao longo desses dois anos; a participação e o envolvimento dos alunos integrantes da pesquisa, entre outras, que influenciaram a construção desta dissertação.

Destaco, também, reflexões proporcionadas pelas aulas da disciplina “Epistemologia e Pesquisa em Educação”, ministrada pela professora Doutora Francely Aparecida dos Santos, na qual foram desenvolvidas discussões em busca de entender a relação entre esta pesquisadora e o objeto de pesquisa, por meio de problematizações do tipo: Por que pesquiso o que pesquiso? O que espero com esta pesquisa? Qual a relação do objeto de pesquisa com a realidade local? Quais os impactos esta pesquisa pode proporcionar em minha vida pessoal? Qual a relevância desta pesquisa para a realidade local? Entre outras, que nos levam a entender a Educação como um investimento que modifica o comportamento das pessoas ao longo do tempo; proporciona o acesso a melhores postos de trabalho; melhora a produtividade das pessoas; possibilita aumentos salariais; promove desenvolvimento econômico e social; e melhora a qualidade de vida dos indivíduos.

A mudança de comportamento das pessoas contribui diretamente na transformação da realidade pessoal e social na qual estão inseridas, uma vez que tais mudanças podem implicar, por exemplo, em reações contra modelos de sociedade predeterminados por alguns grupos que exercem poder sobre outros. É por meio do acesso ao conhecimento sistematizado que os indivíduos são encorajados a questionarem situações do tipo: Por que homens e mulheres ainda recebem salários diferentes se desempenham funções iguais? Por que alguns postos de trabalho ainda são majoritariamente ocupados por homens? entre outras indagações.

A Educação Matemática une-se a essa luta em defesa de uma vida com dignidade para todos os seres humanos. Nesse sentido, compreendemos, em consonância com educadores matemáticos como Skovsmose (2001), Fiorentini e Lorenzato (2012), Duval (2009, 2014), D'Ambrosio (2021), que o ensino e a aprendizagem de Matemática devem servir para resolver problemas da realidade. Destacamos, também, as ideias de Duval (2009), ao afirmar que o aluno aprende Matemática quando consegue atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos. Ademais, vamos ao encontro dos estudos de Batista *et al.* (2021), compreendendo a Educação Financeira como uma temática de relevância social que, alinhada aos conteúdos matemáticos, tem a oportunidade de construir um ambiente propício para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, permitindo aos alunos uma atuação crítica e reflexiva em diversas circunstâncias, inclusive, naquelas que envolvem o uso do dinheiro.

Nesse sentido, olhar para a Educação Financeira em uma perspectiva crítica e colaborar para disseminá-la, seja em ambientes escolares ou não, é agir para que as pessoas conheçam o modelo de sociedade imposto pelo capitalismo, do qual fazemos parte, e possam lutar para que negros, índios, pobres, analfabetos, desempregados, dentre outros grupos minoritários tenham condições de acesso aos direitos garantidos na Constituição Federal (Brasil, 1988), quais sejam: saúde; alimentação; artes; cultura; educação; entre outros.

Dessa forma, entendemos que abordar a Educação Financeira é falar de pessoas e comportamentos que podem ser modificados por meio do acesso ao conhecimento sistematizado. Não se trata de acúmulo de bens, nem se limita a discutir investimentos em bolsas de valores ou estimular práticas relacionadas ao empreendedorismo, mas sim, pensar as problemáticas enfrentadas pela maioria das famílias brasileiras, que lutam diariamente para garantir a alimentação dos seus filhos.

As aulas de Matemática da Educação Básica consistem em um ambiente favorável para disseminar essa concepção de Educação Financeira Crítica que defendemos e nos leva a repensar o papel da Educação na transformação social das pessoas. Ao motivar estudantes a adentrar espaços como a universidade e dar seguimento aos estudos, tem-se a oportunidade de mostrar caminhos que contribuam para o acesso a postos de trabalhos, por vezes, nem imaginados por eles. Sendo assim, a escola consiste em um local apropriado para disseminar uma concepção de Educação Financeira em prol da construção de uma sociedade mais justa e menos desigual.

Nessa direção, este estudo teve como objetivo geral analisar os conhecimentos mobilizados/produzidos pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira Crítica, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Tendo como objetivos específicos: *a)* investigar situações de ensino e de aprendizagem que proporcionam aos estudantes condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos, tendo em vista a mobilização/produção de conhecimentos matemáticos, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval; *b)* verificar como as transformações por conversão contribuem para os diferentes registros de representação semiótica (língua materna; registro algébrico; registro numérico; registro fracionário; em porcentagem; em decimal), nos processos de ensino e de aprendizagem de objetos matemáticos; *c)* investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizarem a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos

Cada um dos objetivos específicos constitui um dos artigos que compõem esta dissertação e nos proporcionam reflexões acerca da aprendizagem matemática e suas aplicações acerca da Educação Financeira em benefício à vida cotidiana.

Esta pesquisa não se esgota aqui. As discussões e reflexões levantadas nos possibilitam indícios da necessidade de desenvolver outras investigações que envolvam essa temática, a fim de que a Educação Financeira alinhada à aprendizagem de Matemática possa se consolidar em uma perspectiva que fortaleça esses dois campos do conhecimento e potencialize a construção de uma sociedade melhor.

Destaco, como limitações da pesquisa, as dificuldades em compreender a TRRS devido ao pouco tempo decorrido após o meu primeiro contato com ela.

Como perspectivas para novas pesquisas e/ou ideias para um possível doutorado, no que se refere a Educação Financeira, aponto a importância de conhecer a realidade das famílias brasileiras e suas problemáticas que os levam a adentrar em situações de endividamento; os motivos que levam famílias de classe média alta a também contraírem altas dívidas e atingirem situações de inadimplência; a relevância do conhecimento de Matemática para tomadas de decisão conscientes. Em relação a TRRS enfatizo a possibilidade de avançar em discussões que reverberem na formação de professores que ensinam Matemática a necessidade de transcender os tratamentos como metodologia de ensino e de aprendizagem e buscar alternativas a fim de minimizar a distância que existe entre o que falamos e o que registramos no quadro em prol de melhorias nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Para finalizar, desejo que a Teoria dos Registros de Representações Semióticas adentre os espaços de formação de professores que ensinam Matemática, de modo que levem para a prática nas salas de aula da Educação Básica contribuições para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática; que a leitura desta dissertação impulse outras pesquisas, para que a Educação Financeira adentre todos os espaços educacionais ou não e possa impactar positivamente no comportamento das pessoas em prol da construção de uma vida digna para todos.

Referências

BATISTA, Lucas Athadeu Silva *et al.* A Matemática Crítica como caminho para a promoção da Educação Financeira no Ensino Médio. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 22, n. 3, p. 355-361, 2021

BRASIL. [Constituição (1988)]. *Constituição da República Federativa do Brasil de 1988*. Brasília, DF: Presidência da República, [2023].

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 23. ed. Campinas: Papyrus, 2012. 8. reimp. 2021.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages intellectuels): (Fascículo I)*. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. Tradução: Celia Finck Brandt e Mércles Thadeu Moretti. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Org.). *As contribuições da Teoria das Representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática*. Ijuí: Editora Unijuí, 2014. p.15-38.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3 ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica: A questão da Democracia*. Trad. Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papyrus, 2001.

APÊNDICES

Apêndice I

Sequência de Atividades I

Prezado estudante!

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa com o tema Educação Financeira Crítica: Um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representações Semiótica. O objetivo é analisar os conhecimentos mobilizados/produzidos pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas. Para isso, você precisa aceitar participar da aplicação das sequências de atividades que serão desenvolvidas em sala de aula sob a mediação da professora pesquisadora. Você receberá as instruções necessárias ao longo do desenvolvimento das atividades.

OBJETIVOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES I:

- Reconhecer funções, partindo-se de uma conta de luz, em suas representações em língua materna, algébrica e gráfica convertendo essas representações de uma para outra.
- Identificar o domínio, a imagem, crescimento e decrescimento dessas funções.
- Levantar discussões no contexto da Educação Financeira Crítica.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Computador, data *show*, material impresso, lápis, régua, calculadora, conta de luz.

EXPLORANDO O TEMA:

exibir o vídeo “CONTA DE LUZ, aquilo que não te contaram” disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=LS46YMbaRhc>. Após a exibição do vídeo, discuta com os estudantes sobre a importância de pagarmos impostos e para onde vai o dinheiro dos impostos que pagamos, outras discussões poderão ser levantadas e deverão ser conduzidas da melhor forma pelos alunos e professora. Após as discussões iniciais, organize os alunos em grupos, com no máximo 05 integrantes, distribua contas de luz para os grupos e as sequências de atividades para cada aluno, que por sua vez, serão recolhidas ao final de cada aula. As tarefas

propostas deverão ser discutidas pelo grupo, porém, cada aluno deverá realizar suas anotações/conclusões e ou considerações de forma individual.

TAREFA 01- para realizar essa tarefa, os alunos previamente organizados em grupos, deverão analisar uma conta de luz, responder às questões propostas, e, ao final, será realizada uma roda de discussão para compartilhar as principais ideias levantadas pelos grupos.

a) Registre o mês de referência:

b) Registre a companhia energética:

c) Qual o consumo em Kwh para o mês de referência? _____

d) Há cobrança de contribuição de iluminação pública municipal? Qual o valor?

e) Quais os impostos são cobrados nessa conta de luz? São impostos municipal, estadual ou federal?

f) Qual é o preço do Kwh com a cobrança da tarifa de impostos?

g) Qual é o preço do Kwh sem a cobrança da tarifa de impostos?

h) Observe o item Encargos/Cobranças. Há cobrança de tarifas neste item? Que tipo de tarifa? É uma tarifa fixa ou variável?

i) Qual é o valor total a pagar nesta conta?

j) Como é feito o cálculo do valor total a pagar nesta conta de luz?

k) Há alguma regularidade entre o consumo mensal de Kwh e o preço total a pagar? Comente.

l) É possível representar essa regularidade com uma sentença matemática? Qual sentença?

m) Essa regularidade representa uma função? Comente.

n) Se esta regularidade é uma função, qual é o conjunto domínio dela? Justifique sua resposta.

o) Se esta regularidade é uma função, qual o contradomínio? Justifique sua resposta.

p) Se esta regularidade é uma função, qual o conjunto imagem dessa função? Justifique sua resposta.

q) Se esta regularidade representa uma função, ela é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta.

TAREFA 02- No site da Cemig <https://atende.cemig.com.br/SegundaVia> encontra-se as seguintes informações “sobre os débitos vencidos e pagos em atrasos, haverá cobranças de juros moratórios além de multa de 2%. Os juros são de 1% ao mês calculados *pro rata die*.”

a) Pesquise o que significa a expressão *pro rata die*.

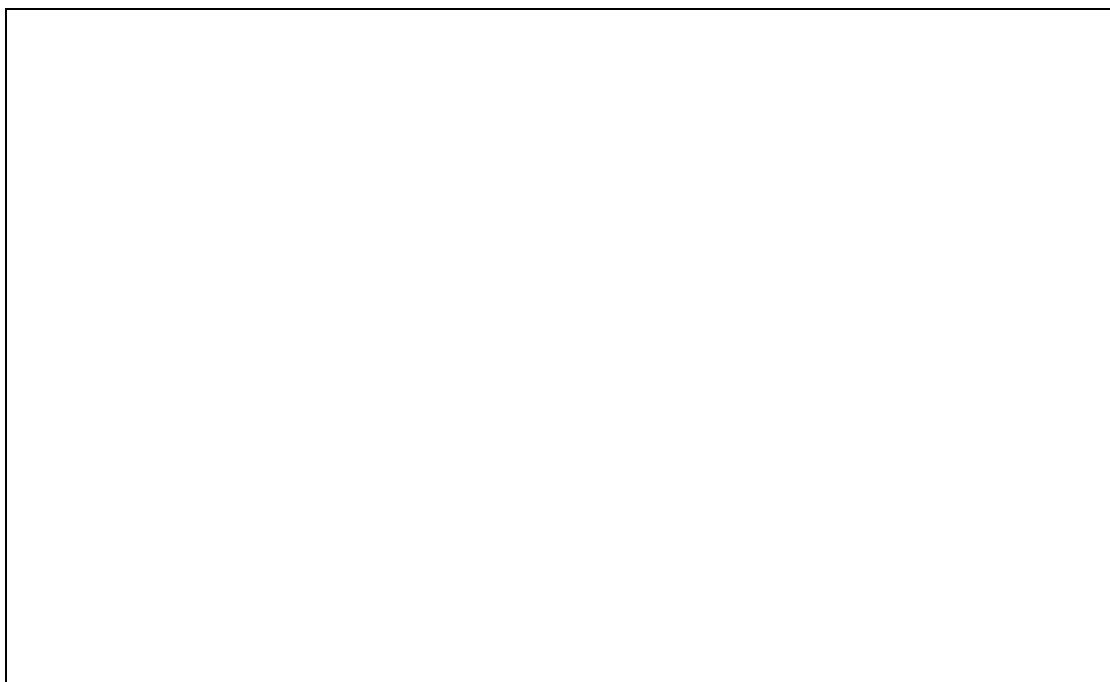
b) A taxa de 1% ao mês é proporcional a que taxa diária? Como você chegou a essa conclusão?

c) Quanto será cobrado de multa mais juros, na próxima conta, se o cliente atrasar o pagamento desta conta em 1 dia? e se atrasar 10 dias? E se atrasar 25 dias? E se atrasar 30 dias?

(x) valor da conta	multa 2%	(d) dias em atraso	(y) Valor a pagar
		01	
		10	
		25	
		30	

d) Represente algebricamente y em função de x e d , sendo y (total de multa mais juros), x (valor total da conta) e d (número de dias em atraso).

e) Esboce um gráfico que representa y em função de x e d conforme item (c) e (d).



f) A função representada no gráfico é uma função crescente ou decrescente?

g) Qual o domínio, contradomínio e imagem dessa função?

TAREFA 03- Para realizar essa tarefa, os alunos deverão resolver duas situações problemas, baseados em uma semirealidade, e que foram adaptadas do livro didático de Matemática, IEZZI, Gelson. *et. al.* Matemática, Ciência e aplicações. Volume 1. Ensino Médio. ed Saraiva, SP, 2016.

1- (Iezzi, 2016) (Adaptada) Uma conta de gás, no valor de R\$ 140,00, com vencimento para 13 de abril de 2022, trazia a seguinte informação: “se a conta for paga após o vencimento, incidirão sobre o seu valor multa de 2% e juros de 0,033% ao dia, que serão incluídos na conta futura”.

Qual será o acréscimo a ser pago por um consumidor que quitou o débito em 17 de abril de 2022? E se ele tivesse atrasado o dobro do número de dias para efetuar o pagamento?

2 - Uma conta telefônica trazia a seguinte informação: “contas pagas após o vencimento terão multa de 2% e juros de mora de 0,04% ao dia, a serem incluídos na próxima conta”. Sabe-se que Eliza se esqueceu de pagar a conta do mês de agosto de 2022, no valor de R\$ 255,00. Na conta do mês de setembro foram incluídos R\$ 7,14 referentes ao atraso do mês anterior. Com quantos dias de atraso Elisa pagou a conta do mês de agosto?

3- Com base em seus conhecimentos acerca da Educação Financeira e, nas atividades e discussões levantadas até aqui. Registre suas impressões acerca da quitação de boletos após a data de vencimento.

Apêndice II

Sequência de Atividades II

OBJETIVOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES II:

- Utilizar os registros de representação necessários para a compreensão, resolução e comunicação dos resultados de uma atividade.
- Realizar o tratamento e a conversão entre registros distintos para apreensão do conhecimento matemático por parte do aluno.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Computador, data show, material impresso, lápis, régua, calculadora.

- Organizar os alunos em 5 grupos contendo no máximo 5 integrantes.
- Distribuir material impresso para cada um dos integrantes.

EXPLORANDO O TEMA:

Lidamos diariamente com situações que envolvem juros, é só observar a fatura do cartão de crédito, os limites disponibilizados pelo cheque especial, diferenças entre compras com pagamentos à vista e a prazo, conta de água, conta de luz, dentre outras, que os juros estão aí. Mas, afinal, os juros são bons ou ruins? São bons para quem? São ruins para quem?

Nas aulas de Matemática, as tarefas que envolvem juros simples ou compostos geralmente estão vinculadas ao cálculo de porcentagem. No entanto, elas podem também exigir do aluno a habilidade de coordenação entre diversos registros de representação, como: representação fracionária, decimal, potência, ou ainda, a mudança de quadro ou pontos de vista como equação de primeiro grau, equação exponencial, logaritmo, entre outros.

Nas tarefas a seguir, é possível perceber a necessidade de realizar a conversão e ou coordenação entre registros distintos para se chegar à resposta desejada em determinadas situações problemas. Para melhor entender o anteriormente exposto, observe a seguinte situação:

Suponhamos que uma pessoa tenha feito uma aplicação da quantia inicial de R\$ 8.000,00 sob uma taxa de 6% ao ano. Calcular o montante em 1 ano após a aplicação.

Veja que 6% pode ser representado por meio da fração $\frac{6}{100}$ e corresponde a taxa unitária de 0,06. Uma maneira de responder a essa questão pode ser multiplicando 0,06 por 8.000,00 e adicionando 8.000,00, ou seja, $0,06 \times 8.000,00 = 480,00$. Logo, o montante será $8.000,00 + 480,00 = 8.480,00$. Outra maneira pode ser utilizando os fatores de correção. Um fator de

aumento de 6% corresponderá a 106 %, escrevendo 106% em um registro fracionário, obtém-se $\frac{106}{100}$ que corresponde a 1,06. Então, se R\$ 8.000,00 rendeu 6% ao ano, no final de 1 ano, o valor do montante foi de 106%. E o fator de correção foi de 1,06. Logo, basta multiplicar $8\,000,00 \cdot 1,06 = 8\,480,00$.

O fator de aumento F corresponde a $(1 + i)$, onde i representa a taxa unitária.

TAREFA 1- Agora que você já entendeu sobre os fatores de aumento, vamos voltar à situação inicial e com atenção, completar o quadro abaixo.

Suponhamos que uma pessoa tenha feito uma aplicação da quantia inicial de R\$ 8.000,00 sob uma taxa de 6% ao ano. Calcular o montante em n anos após a aplicação.

Tempo	Juro	Montante
1º ano	$8000 \times 1,06 =$	$8000 \times (1,06)^1$
2º ano	$(8000 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^2 =$	$8000 \times (1,06)^2$
3º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^3 =$	
4º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^4 =$	
5º ano	$(8000 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06 \times 1,06) \times 1,06 = 8000 \times 1,06^5 =$	
6º ano		
n anos		

a) É possível representar essa regularidade por meio de uma fórmula para cálculo do montante em t anos? Em caso afirmativo, registre a _____

b) Agora que você já conhece a fórmula para o cálculo do montante, utilize uma calculadora científica, realize os procedimentos de cálculos e complete o quadro

Tempo	Cálculo do Montante	Montante (R\$)
1º ano	$8000 \times (1,06)^1$	8 480,00
2º ano	$8000 \times (1,06)^2$	8 988,80
3º ano		
4º ano		
5º ano		

6° ano		
n° ano		

c) Se essa pessoa tivesse deixado esse dinheiro aplicado durante 10 anos. Qual seria o montante acumulado?

TAREFA 02- Esta tarefa consiste em propor aos alunos situações problemas que foram extraídas e ou/adaptadas do livro Matemática Financeira para Educadores Críticos de autoria de Ilydio Pereira de Sá, 2011, e tem como objetivo verificar como os alunos realizam o tratamento e a conversão entre registros distintos, a saber, registro em porcentagem, decimal, fracionário, dentre outros que porventura, forem necessários aos procedimentos de cálculo.

a) Suponhamos que uma pessoa tome emprestado, a juro composto, a importância de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor a ser pago como juros, decorrido esse prazo? Qual o valor total da dívida, decorrido esse prazo?

b) Suponhamos que uma pessoa realize uma aplicação financeira, a juro composto, no valor inicial de R\$ 2.000,00, pelo prazo de 4 meses, sob a taxa de 1,5% ao mês. Qual será o valor acumulado, decorrido esse prazo?

Apêndice III

Sequência de Atividades III

OBJETIVOS DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES III:

- Realizar a coordenação entre registros distintos de representação como ferramenta de construção do conhecimento matemático;
- Realizar, se necessário, a mudança de quadro ao resolver uma situação problema dada.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Computador, data *show*, material impresso, lápis, régua, calculadora, conta de luz.

OS JUROS COMPOSTOS E OS LOGARITMOS

Observação: as tarefas propostas nesta sequência de atividades foram retiradas e ou adaptadas do livro Matemática Financeira para educadores críticos, de Ilydio Pereira de Sá, 2011.

É comum, ao resolver questões de juros compostos, recair em equações exponenciais com bases diferentes. Para se chegar a solução dessas equações torna-se propício o uso dos logaritmos. A propriedade dos logaritmos que permite encontrar a solução dessas equações é.

$$\log_k a^n = n \cdot \log_k a$$

Exemplo

(Sá, 2011) - Apliquei R\$ 1.800,00 a juros compostos e sob taxa fixa de 3% ao mês. Depois de certo tempo acumulei um montante de R\$ 2.213,77. Qual foi o prazo necessário para que tal fato ocorresse? Informação: $\log 1,03 = 0,0128$; $\log 1,23 = 0,0899$;

$$M = \text{Montante} = 2\,213,77$$

$$F = \text{Fator de correção } (1 + i) = 1,03$$

$n = \text{refere-se ao tempo}$

$$i = \text{taxa unitária} = 0,03$$

Solução:

$$M = C \cdot f^n$$

$$M = 1800 \cdot 1,03^n$$

Temos que:

$$2\,213,77 = 1800 \cdot 1,03^n$$

$$1,03^n = \frac{2\,213,77}{1\,800}$$

$1,03^n = 1,23$ (equação exponencial com bases diferentes, aplicando a propriedade dos logaritmos decimais em ambos os lados, temos:

$$\log (1,03)^n = \log (1,23)$$

$$n \log (1,03) = \log (1,23)$$

$$n = \frac{\log (1,23)}{\log(1,03)}$$

$$n = \frac{0,0899}{0,0128}$$

$$n = 7$$

Resposta: 7 meses

1) Durante quantos meses, aproximadamente, foram aplicados R\$ 580,00, sob juros compostos com taxa efetiva de 5% ao mês para gerarem um montante de R\$ 900,00?

Informações: $\log(1,55) = 0,1903$; e $\log 1,05 = 0,021$

2) Um investidor aplicou R\$ 600 000,00 a juros compostos mensais. Durante 2 anos e recebeu um montante de R\$ 3.804.708,60 qual foi a taxa de juros nesta operação? Informações:
 $\log(1,08) = 0,033$

3) Durante quantos meses, aproximadamente, um capital qualquer, aplicado a juros compostos com taxa efetiva de 2% ao mês, fica com seu valor duplicado? Informação:
 $\log(2) = 0,301$; e, $\log(1,02) = 0,0086$

Atividade Final: Registre aqui, comentários, críticas e/ou sugestões sobre essas sequências de atividades que foram desenvolvidas ao longo desses dias.

Referências

IEZZI, Gelson *et al.* *Matemática, Ciência e aplicações*. Volume 1. Ensino Médio. Ed. Saraiva, 2016.

SÁ, Ilydio Pereira de. *Matemática Financeira para Educadores Críticos*. Rio de Janeiro. Ed. Moderna Ltda., 2011.

<https://atende.cemig.com.br/Segunda>. Via Acesso 13 ago. 2022.

<https://www.youtube.com/watch?v=LS46YbaRhc> Acesso 13 ago. 2022.

Um forte abraço!

Maria Eva Freire - out/nov/2022

Apêndice IV

Tema: Impostos

Após assistir ao vídeo disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=YNZqtHbAMHA> e, com base nas discussões levantadas e o suporte da *internet*, pesquise, registre suas impressões e depois, discuta com os colegas e professora.

1) O que são impostos?

2) Por que pagamos impostos?

3) Para onde vai o dinheiro dos impostos que pagamos?

4) Na sua opinião é importante pagar impostos? Por quê?

5) Você tinha noção que os impostos, taxas e contribuições são incluídos nos produtos e serviços que consumimos diariamente? Comente sobre.

Apêndice V

Termo de Assentimento Livre e Esclarecido para Participação em Pesquisa



Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação



TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Título da pesquisa: Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Instituição promotora: Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes)

Patrocinador: Recursos próprios dos pesquisadores envolvidos na pesquisa

Pesquisador responsável: Maria Eva Freire de Alkimim¹

Atenção: Antes de aceitar participar desta pesquisa, é importante que você leia e compreenda a seguinte explicação sobre os procedimentos propostos. Esta declaração descreve o objetivo, metodologia/procedimentos, benefícios, riscos, desconfortos e precauções do estudo. Também descreve os procedimentos alternativos que estão disponíveis a você e o seu direito de sair do estudo a qualquer momento. Nenhuma garantia ou promessa pode ser feita sobre os resultados do estudo.

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa com Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O Objetivo é analisar os conhecimentos produzidos/mobilizados pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira no contexto da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Para isso, você precisa aceitar a participar de umas tarefas que serão desenvolvidas em sala de aula sob a mediação da professora pesquisadora. Você receberá todas as instruções necessárias ao longo do desenvolvimento das atividades.

Nós responderemos a todas as suas dúvidas e você escolhe se deseja participar ou não. Caso queira participar, a pessoa responsável por você deverá assinar um termo de consentimento. Você ou seu (sua) responsável familiar poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e não tem ligação com as atividades que você faz, ou já fez, na escola onde o trabalho está em processo de implementação. Você terá a mesma assistência de antes, mesmo se não quiser participar.

Essa pesquisa não oferece riscos à sua saúde, porém, possui riscos de constrangimento, aborrecimento, cansaço ou ocupação do seu tempo. Qualquer situação de risco que venha a apresentar será imediatamente conduzida de forma a trazer conforto e segurança aos envolvidos. Os resultados estarão à sua disposição quando finalizados. Seu nome ou qualquer outro dado pessoal que lhe identifique não serão divulgados.

¹ Acadêmica do Programa de Pós-Graduação em Educação (Mestrado) da Universidade Estadual de Montes Claros.



Eu, _____, fui informado(a) dos objetivos desse estudo de maneira clara e detalhada. Sei que, a qualquer momento, poderei solicitar novas informações. Além disso, eu ou meu (minha) responsável familiar poderemos modificar a decisão de participar se assim desejarmos. Visto que me foi dada a oportunidade de ler e/ou esclarecer as minhas dúvidas, e tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo.

Aluno participante

/ /
Data

Maria Eva Freire de Alkimim
Pesquisadora

20 / 07 / 2022
Data

Endereço:

Apêndice VI

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para Participação em Pesquisa



Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Título da pesquisa: Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Instituição onde será realizada: Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues

Pesquisador responsável: Prof. Dr. Josué Antunes de Macedo⁴

Endereço e Telefone.

Atenção: Antes de aceitar participar desta pesquisa, é importante que o responsável pela Instituição leia e compreenda a seguinte explicação sobre os procedimentos propostos. Esta declaração descreve o objetivo, metodologia / procedimentos, benefícios, riscos, desconfortos e precauções do estudo. Também descreve os procedimentos alternativos que estão disponíveis e o seu direito de interromper o estudo a qualquer momento. Nenhuma garantia ou promessa pode ser feita sobre os resultados do estudo.

- 1- **Objetivo** — Analisar os conhecimentos produzidos/mobilizados pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira no contexto da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica
- 2- **Metodologia/procedimentos** — A pesquisa a ser realizada se enquadra na técnica de pesquisa-participante. Possui abordagem de natureza qualitativa. Para o desenvolvimento desta pesquisa será realizada uma intervenção pedagógica contendo três sequências didáticas previstas para 5 (cinco) horas aulas cada uma delas, na turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues, Montes Claros/MG. A turma contém 25 alunos matriculados, todos serão convidados a participar espontaneamente das atividades. Todos os participantes receberão material impresso e terão acesso a ele apenas durante o horário de aula. Os registros/anotações/falas dos alunos serão utilizados para análise de dados da pesquisa. Poderá ser utilizados recursos para gravações de áudio.
- 3- **Benefícios** — A pesquisa proposta, por meio da coleta e análise cujos instrumentos de coletas de dados serão sequências didáticas e fundamentada em teorizações do campo da Educação Matemática, produzirá como resultado os conhecimentos mobilizados/ produzidos pelos estudantes e suas reflexões acerca da Educação Financeira e ensino de Matemática. A participação na realização das sequências didáticas constituir-se-á de momentos oportunos para ações de aprendizagens individual ou em grupos, tendo o professor pesquisador como um mediador.
- 4- **Desconfortos e riscos** — A sequência didática como instrumento de coleta de dados, sendo desenvolvida por meio de atividades em grupos e discussões coletivas poderá gerar algum desconforto à alunos mais tímidos ou aqueles que não se sentirem motivados à participar. Assim, alguns alunos poderão se sentir desconfortáveis à participação efetiva nas tarefas propostas. Considerando que toda pesquisa oferece algum tipo de desconforto e risco para o participante, nesta pesquisa, o risco pode ser em relação a quebra do anonimato dos participantes envolvidos. Com vistas à sanar e/ou minimizar tais riscos, prezar-se-á pela confidencialidade e privacidade das informações, assegurando-se que os dados colhidos não serão utilizados para o prejuízo e/ou estigmatização dos profissionais ou comunidade educacional, de maneira que, quando divulgada, a presente pesquisa terá cautela o suficiente para que a descrição dos participantes e/ou instituições envolvidas prevaleçam.
- 5- **Danos** — Em relação aos danos, podemos indicar que para alguns alunos, participar ativamente de sequências de atividades cujas tarefas exigem a mobilização/construção do conhecimento matemático pode gerar algum *stress* ou cansaço psicológico por exemplo.

⁴ Professor Colaborador no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros.



- Nesse caso, os estudantes serão conscientizados acerca da importância de participar das tarefas propostas e informados que sua participação é voluntária.
- 6- **Metodologia/procedimentos alternativos disponíveis** — Como metodologia ou procedimentos alternativos disponíveis, apresentar-se-á, a possibilidade de reconstruir as tarefas propostas com a participação dos estudantes.
 - 7- **Confidencialidade das informações** — Como procedimento da pesquisa qualitativa em Educação envolvendo a participação de sujeitos humanos implicados no processo educacional, será respeitada a confidencialidade e anonimato dos nomes dos professores participantes. Todas as informações coletadas serão usadas, única e exclusivamente, para a pesquisa que resultará em uma dissertação de mestrado em Educação (PPGE Unimontes), bem como trabalhados a serem apresentados em eventos e artigos submetidos a periódicos qualificados da área.
 - 8- **Compensação/indenização** — Não será cobrado valor monetário para a realização desta pesquisa, pois não haverá nenhum tipo de gasto para os alunos participantes, não havendo, assim, previsão de ressarcimentos ou indenizações financeiras. No entanto, em qualquer momento, se o participante sofrer algum dano comprovadamente decorrente desta investigação, este terá direito à indenização e as despesas serão cobertas sob a responsabilidade da coordenação da pesquisa e não da instituição a qual ela esteja vinculada. É importante esclarecer que a participação é voluntária e o participante não terá nenhum tipo de penalização ou prejuízo caso queira, a qualquer tempo, recusar participar, retirar seu consentimento ou descontinuar a participação se assim preferir.
 - 9- **Outras informações pertinentes** — A pesquisa ora proposta refere-se à uma investigação para a elaboração de uma dissertação de mestrado em Educação (PPGE Unimontes), de autoria de Maria Eva Freire de Alkimim.

Consentimento: Li e entendi as informações precedentes. Tive oportunidade de fazer perguntas e todas as minhas dúvidas foram respondidas a contento. Este formulário está sendo assinado voluntariamente por mim, indicando meu consentimento para participar nesta pesquisa, até que eu decida o contrário. Receberei uma cópia assinada deste consentimento e que o mesmo só poderá ser aprovado nesta instituição após aprovação no Comitê de Ética da Instituição fomentadora da pesquisa.

Responsável pelo aluno

20/07/2022
Data

Maria Eva Freire de Alkimim
Pesquisadora participante

Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo
Pesquisador Participante

Apêndice VII

Termo de Concordância da Instituição para Participação em Pesquisa



Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação



TERMO DE CONCORDÂNCIA DA INSTITUIÇÃO PARA PARTICIPAÇÃO EM PESQUISA

Título da pesquisa: Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Instituição onde será realizada: Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues

Pesquisador responsável: Prof. Dr. Josué Antunes de Macedo²

Endereço e Telefone:

Atenção: Antes de aceitar participar desta pesquisa, é importante que o responsável pela Instituição leia e compreenda a seguinte explicação sobre os procedimentos propostos. Esta declaração descreve o objetivo, metodologia / procedimentos, benefícios, riscos, desconfortos e precauções do estudo. Também descreve os procedimentos alternativos que estão disponíveis e o seu direito de interromper o estudo a qualquer momento. Nenhuma garantia ou promessa pode ser feita sobre os resultados do estudo.

1. **Objetivo** — Analisar os conhecimentos produzidos/mobilizados pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira no contexto da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

2. **Metodologia/procedimentos** — A pesquisa a ser realizada se enquadra na técnica de pesquisa-participante. Possui abordagem de natureza qualitativa. Para o desenvolvimento desta pesquisa será realizada uma intervenção pedagógica contendo três sequências didáticas previstas para 5 (cinco) horas aulas cada uma delas, na turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues, Montes Claros/MG. A turma contém 25 alunos matriculados, todos serão convidados a participar espontaneamente das atividades. Todos os participantes receberão material impresso e terão acesso a ele apenas durante o horário de aula. Os registros/anotações/falas dos alunos serão utilizados para análise de dados da pesquisa. Poderá ser utilizados recursos para gravações de áudio.

3. **Justificativa** A Educação Financeira foi inserida na Base Nacional Comum Curricular e deve ser levada as escolas, enfatiza a necessidade de promover discussões acerca da educação Financeira alinhada ao ensino de Matemática para a formação de sujeitos críticos e capazes de tomar decisões conforme propõe a BNCC (2018). Nesse sentido, trabalhar objetos de conhecimento de Matemática no contexto da Educação Financeira consiste, também, em promover reflexões no sentido de conscientizar os alunos em busca da construção do Letramento Financeiro que consiste na capacidade do aluno colocar em prática os conhecimentos escolares no que se refere ao uso e gestão do dinheiro. Fiorentini e Lorenzato (2012) apontam que o ensino de Matemática deve servir para levar o aluno a mobilizar seus conhecimentos para agir em sociedade. Nesse sentido, nesse trabalho, pretende-se levantar discussões que contribuam significativamente para o campo da Educação, e Educação Matemática ao propor e divulgar estratégias de ensino em prol de melhorias da qualidade do ensino e aprendizagem de Matemática e possibilitar discussões que possam contribuir para a formação humana e integral do sujeito.

4. **Benefícios** — A pesquisa proposta, por meio da coleta e análise cujos instrumentos de coletas de dados serão sequências didáticas e fundamentada em teorizações do campo da Educação

² Professor Colaborador no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros.



Matemática, produzirá como resultado os conhecimentos mobilizados/ produzidos pelos estudantes e suas reflexões acerca da Educação Financeira e ensino de Matemática. A participação na realização das seqüências didáticas constituir-se-á de momentos oportunos para ações de aprendizagens individual ou em grupos, tendo o professor pesquisador como um mediador.

5. **Desconfortos e riscos** — A seqüência didática como instrumento de coleta de dados, sendo desenvolvida por meio de atividades em grupos e discussões coletivas poderá gerar algum desconforto à alunos mais tímidos ou aqueles que não se sentirem motivados à participar. Assim, alguns alunos poderão se sentir desconfortáveis à participação efetiva nas tarefas propostas. Considerando que toda pesquisa oferece algum tipo de desconforto e risco para o participante, nesta pesquisa, o risco pode ser em relação a quebra do anonimato dos participantes envolvidos. Com vistas à sanar e/ou minimizar tais riscos, prezar-se-á pela confidencialidade e privacidade das informações, assegurando-se que os dados colhidos não serão utilizados para o prejuízo e/ou estigmatização dos profissionais ou comunidade educacional, de maneira que, quando divulgada, a presente pesquisa terá cautela o suficiente para que a descrição dos participantes e/ou instituições envolvidas prevaleçam.

6. **Danos** — Em relação aos danos, podemos indicar que para alguns alunos, participar ativamente de seqüências de atividades cujas tarefas exigem a mobilização/construção do conhecimento matemático pode gerar algum *stress* ou cansaço psicológico por exemplo. Nesse caso, os estudantes serão conscientizados acerca da importância de participar das tarefas propostas informados que sua participação é voluntária.

7. **Metodologia/procedimentos alternativos disponíveis** — Como metodologia ou procedimentos alternativos disponíveis, apresentar-se-á, a possibilidade de reconstruir as tarefas propostas com a participação dos estudantes.

8. **Confidencialidade das informações** — Como procedimento da pesquisa qualitativa em Educação envolvendo a participação de sujeitos humanos implicados no processo educacional, será respeitada a confidencialidade e anonimato dos nomes dos professores participantes. Todas as informações coletadas serão usadas, única e exclusivamente, para a pesquisa que resultará em uma dissertação de mestrado em Educação (PPGE Unimontes), bem como trabalhos a serem apresentados em eventos e artigos submetidos a periódicos qualificados da área.

9. **Compensação/indenização** — Não será cobrado valor monetário para a realização desta pesquisa, pois não haverá nenhum tipo de gasto para os alunos participantes, não havendo, assim, previsão de ressarcimentos ou indenizações financeiras. No entanto, em qualquer momento, se o participante sofrer algum dano comprovadamente decorrente desta investigação, este terá direito à indenização e as despesas serão cobertas sob a responsabilidade da coordenação da pesquisa e não da instituição a qual ela esteja vinculada. É importante esclarecer que a participação é voluntária e o participante não terá nenhum tipo de penalização ou prejuízo caso queira, a qualquer tempo, recusar participar, retirar seu consentimento ou descontinuar a participação se assim preferir.

10. **Outras informações pertinentes** — A pesquisa ora proposta refere-se à uma investigação para a elaboração de uma dissertação de mestrado em Educação (PPGE Unimontes), de autoria de Maria Eva Freire de Alkimim, sob orientação do **Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo**³.

Consentimento: Li e entendi as informações precedentes. Tive oportunidade de fazer perguntas e todas as minhas dúvidas foram respondidas a contento. Este formulário está sendo assinado voluntariamente por mim, indicando meu consentimento para participar nesta pesquisa, até que eu decida o contrário. Receberei uma cópia assinada deste consentimento e que o mesmo só poderá ser aprovado nesta instituição após aprovação no Comitê de Ética da Instituição fomentadora da pesquisa.

Responsável Pela Instituição

20 / 07 / 2022
Data

Maria Eva Freire de Alkimim
Pesquisadora participante

Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo
Pesquisador Participante

³ Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros.

Apêndice VIII

Termo de Autorização para Uso de Imagem e/ou Depoimentos de Participante da Pesquisa



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MONTES CLAROS
COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA



TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E/OU DEPOIMENTOS DE PARTICIPANTE DA PESQUISA

Eu _____, CPF _____, RG _____, responsável pelo menor _____ depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa com o tema Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, bem como estar ciente da necessidade de uso da minha imagem e/ou depoimentos justificado pelo(a) pesquisador(a) responsável nas seguintes razões: importância de divulgar registros e ou depoimentos dos alunos durante o desenvolvimento das tarefas propostas nas sequências didáticas. Foi garantido o anonimato das informações e da imagem, com utilização de códigos e não exposição do rosto ou de outro elemento que possa identificar o participante. Sendo assim, tenho consciência da garantia do anonimato das informações, e que a identificação não será exposta nas publicações científicas contendo imagens dos participantes.

AUTORIZO, por meio do presente termo, Maria Freire de Alkimim e Josué Antunes de Macêdo, pesquisadores da Universidade Estadual De Montes Claros a utilizar as imagens/fotos e/ou depoimentos, que se façam necessários para fins de publicações científicas de relato de caso da pesquisa intitulada Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

-Os dados coletados deverão ser usados exclusivamente para gerar informações para a pesquisa e publicações científicas;

-Minha identificação não será revelada;

-Qualquer outra forma de uso de minhas informações somente poderá ser feita mediante minha autorização;

-Tenho o direito de interromper minha participação no estudo a qualquer momento e/ou requerer posse das imagens e/ou gravação e transcrição de meus depoimentos, sem quaisquer ônus a nenhuma das partes.

Montes Claros, __/__/____.

Assinatura do participante da pesquisa ou/e Responsável Legal

Maria Eva Freire de Alkimim
Pesquisadora Participante

Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo
Pesquisador Participante

Apêndice IX

Termo de Responsabilidade para o Acesso, Manipulação, Coleta e Uso das Informações de Sigilo Profissional para Fins Científicos (Arquivos de Saúde, Judiciais e Outros)



Universidade Estadual de Montes Claros
Centro de Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação



TERMO DE RESPONSABILIDADE PARA O ACESSO, MANIPULAÇÃO, COLETA E USO DAS INFORMAÇÕES DE SIGILO PROFISSIONAL PARA FINS CIENTÍFICOS (ARQUIVOS DE SAÚDE, JUDICIAIS E OUTROS)

Título da pesquisa: Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Pesquisador responsável: Maria Eva Freire de Alkimim¹

Instituição e Setor dos dados: Universidade Estadual de Montes Claros (Unimontes) / Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE)

Por meio deste documento, certifico(amos) que respeitarei(emos) as disposições éticas e legais brasileiras para o acesso, manipulação, coleta e uso das informações de sigilo profissional para fins científicos, no caso de aprovação do projeto junto ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Unimontes:

- Constituição Federal Brasileira – art. 5º, incisos X e XIV;
- Novo Código Civil – artigos 20 e 21;
- Código Penal – artigos 153 e 154;
- Código de Processo Civil – artigos 347, 363, 406;
- Código de Defesa do Consumidor – artigos 43 e 44;
- Código de Ética Médica – CFM – Artigos 11, 70, 102, 103, 105, 106, 108;
- Normas da Instituição quanto ao acesso prontuário;
- Parecer CFM nº 08/2005 e nº 06/2010;
- Padrões de creditações hospitalares do Consórcio Brasileiro de Acreditação, em particular GI.2 – GI 1.12;
- Resoluções da ANS (Lei nº 9.961/2000) em particular a RN nº 21;
- Resoluções do CFM – nº 1605/2000 – 1638/2002 – 1639/2002 – 1642/2002.

Sendo assim, firmo(amos) compromisso com o CEP da Unimontes em:

1. Preservar a privacidade dos usuários do serviço, proprietários dos dados da documentação;
2. Utilizar as informações exclusivamente para fins científicos deste projeto de pesquisa;
3. Manter o anonimato das informações e não utilizar iniciais ou outras indicações que identifiquem o participante da pesquisa;
4. Dispor de todo o cuidado necessário para evitar rasuras, dobras, sujeiras ou quaisquer outros danos na documentação durante o seu manuseio e coleta de dados.

Montes Claros, 20 de Julho de 2022

Maria Eva Freire de Alkimim
Pesquisadora participante

Prof. Dr. Josué Antunes de Macêdo
Pesquisador Participante

¹ Acadêmica do Programa de Pós-Graduação em Educação (Mestrado) da Universidade Estadual de Montes Claros.



ANEXO

Anexo I

Parecer Consubstanciado do CEP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MONTES CLAROS -
UNIMONTES



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Educação Financeira Crítica: um estudo à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Pesquisador: MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 61180122.6.0000.5146

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Montes Claros - UNIMONTES

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.580.777

Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos “Apresentação do projeto”, “Objetivos da pesquisa” e “Avaliação de riscos e benefícios” foram retiradas de documentos inseridos na Plataforma Brasil.

Trata-se de uma pesquisa do Mestrado em Educação – Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE) da Unimontes, na qual os pesquisadores propõem “analisar os conhecimentos produzidos/mobilizados pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio relativos à Educação Financeira Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). O ponto de partida constituir-se-á em elaborar e desenvolver sequências didáticas partindo-se de situações-problema da realidade dos alunos que abordem conceitos próprios da Educação Financeira e suas interfaces com a Educação Matemática Crítica. A pesquisa a ser realizada se enquadra na técnica de pesquisa-participante. A coleta de dados será por meio de sequências didáticas elaboradas e desenvolvidas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral em uma escola pública na rede estadual na cidade de Montes Claros/MG”.

Os pesquisadores informaram que “para o desenvolvimento desta pesquisa será realizada uma intervenção pedagógica contendo três sequências didáticas previstas para 5 (cinco) horas aulas cada uma delas, na turma do 1º ano do Ensino Médio em Tempo Integral da Escola Estadual Deputado Esteves Rodrigues, Montes Claros/MG. A turma contém 25 alunos matriculados, todos serão convidados a participar espontaneamente das atividades. Todos os participantes receberão material impresso e terão acesso a ele apenas durante o horário de aula. Os

Endereço: Av. Dr Rui Braga s/n- Prédio 05, 2º andar, sala 205 . Campus Univers Prof Darcy Ribeiro
Bairro: Vila Mauricéia **CEP:** 39.401-089
UF: MG **Município:** MONTES CLAROS
Telefone: (38)3229-8182 **Fax:** (38)3229-8103 **E-mail:** comite.etica@unimontes.br

Continuação do Parecer: 5.580.777

registros/anotações/falas dos alunos serão utilizados para análise de dados da pesquisa. Poderá ser utilizados recursos para gravações de áudio”.

Foi registrado, também, pelos pesquisadores que “espera-se contribuir para a geração de novos conhecimentos para o campo da Educação Matemática. Não se intenciona esgotar todas as possibilidades acerca do objeto em estudo, mas sim, indicar perspectivas para que novas pesquisas possam ser realizadas a partir desta”.

Objetivo da Pesquisa:

Segundo os pesquisadores constitui-se objetivo primário: “analisar os conhecimentos produzidos/mobilizados pelos alunos do Ensino Médio relativos à Educação Financeira no contexto da Educação Matemática Crítica à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica”.

Secundários: “Investigar situações de ensino que proporcionam aos alunos condições favoráveis para atribuir sentido e significado aos objetos matemáticos tendo em vista a produção/mobilização de conhecimentos matemáticos à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval; Verificar as contribuições das transformações por conversão entre os diferentes registros de representação semiótica (língua materna, registro algébrico, registro gráfico, registro numérico, registro tabular) nos processos de ensino e aprendizagem de objetos matemáticos; Investigar o nível de conhecimento matemático dos alunos ao realizar a conversão entre os diversos registros de representação semiótica e o tratamento desses objetos”.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Conforme registrado pelos pesquisadores, o projeto envolve os seguintes riscos e benefícios:

Riscos: “Corre-se o risco de os participantes não se sentirem motivados a participar das tarefas propostas, e ou sentirem-se incomodados em relação ao compartilhamento de ideias em grupo ou para a turma”.

Benefícios: “Construção/mobilização do conhecimento por parte dos alunos participantes. Para o campo da Educação Matemática, possibilidade de divulgar experiências realizadas e por meio de novas estratégias de ensino”.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa possui mérito e relevância científica, pois tem o potencial de “contribuir para a geração de novos conhecimentos, para o campo da Educação Matemática, bem como para que os estudantes participantes construam conhecimento de Educação Financeira relevantes à vida além

Endereço: Av. Dr Rui Braga s/n- Prédio 05, 2º andar, sala 205 . Campus Univers Prof Darcy Ribeiro
Bairro: Vila Mauricéia **CEP:** 39.401-089
UF: MG **Município:** MONTES CLAROS
Telefone: (38)3229-8182 **Fax:** (38)3229-8103 **E-mail:** comite.etica@unimontes.br

Continuação do Parecer: 5.580.777

dos muros da escola”.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Todos os documentos de caráter obrigatório foram apresentados e estão adequados: folha de rosto, TCLE, TALE, TCI, Termo de Autorização para Uso de Imagem, projeto detalhado.

Recomendações:

- 1 - Apresentar relatório final da pesquisa, até 30 dias após o término da mesma, por meio da Plataforma Brasil, em "enviar notificação".
- 2 - Informar ao CEP da Unimontes de todos os efeitos adversos ou fatos relevantes.
- 3 - Comunicar o CEP da Unimontes caso a pesquisa seja suspensa ou encerrada antes do previsto, estando os motivos expressos no relatório final a ser apresentado.
- 4 - Providenciar o TCLE e o TALE (se for o caso) em duas vias: uma ficará com o pesquisador e a outra com o participante da pesquisa.
- 5 - Atentar que, em conformidade com a Carta Circular nº. 003/2011/CONEP/CNS e Resolução 466/12, faz-se obrigatória a rubrica em todas as páginas do TCLE/TALE pelo participante de pesquisa ou responsável legal e pelo pesquisador.
- 6 - Inserir o endereço do CEP no TCLE:
Pró-Reitoria de Pesquisa - Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos – CEP/Unimontes, Av. Dr. Rui Braga, s/n - Prédio 05- 2º andar. Campus Universitário Prof. Darcy Ribeiro. Vila Mauricéia, Montes Claros, MG. CEP: 39401-089.
- 7 - Arquivar o TCLE assinado pelo participante da pesquisa por cinco anos, conforme orientação da CONEP na Resolução 466/12: "manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período de 5 anos após o término da pesquisa".

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Não há pendências ou inadequações no projeto.

Considerações Finais a critério do CEP:

O projeto respeita os preceitos éticos da pesquisa envolvendo seres humanos, sendo assim somos favoráveis à aprovação do mesmo.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1990376.pdf	01/08/2022 17:14:22		Aceito

Endereço: Av. Dr. Rui Braga s/n- Prédio 05, 2º andar, sala 205 . Campus Universitário Prof. Darcy Ribeiro
Bairro: Vila Mauricéia **CEP:** 39.401-089
UF: MG **Município:** MONTES CLAROS
Telefone: (38)3229-8182 **Fax:** (38)3229-8103 **E-mail:** comite.etica@unimontes.br

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE
MONTES CLAROS -
UNIMONTES



Continuação do Parecer: 5.580.777

TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	01/08/2022 17:06:17	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto.pdf	01/08/2022 16:55:47	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto.pdf	29/07/2022 19:52:05	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Outros	termo_de_responsabilidade.pdf	29/07/2022 15:20:02	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Outros	termo_uso_imagens.pdf	29/07/2022 15:19:13	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Outros	TALE.pdf	29/07/2022 15:17:54	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Declaração de concordância	termo_de_concordancia.pdf	29/07/2022 15:16:53	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito
Declaração de Pesquisadores	declaracao_recursos_proprios.pdf	29/07/2022 15:16:21	MARIA EVA FREIRE DE ALKIMIM	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MONTES CLAROS, 13 de Agosto de 2022

Assinado por:

Carlos Alberto Quintão Rodrigues
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Dr Rui Braga s/n- Prédio 05, 2º andar, sala 205 . Campus Univers Prof Darcy Ribeiro
Bairro: Vila Mauricéia **CEP:** 39.401-089
UF: MG **Município:** MONTES CLAROS
Telefone: (38)3229-8182 **Fax:** (38)3229-8103 **E-mail:** comite.etica@unimontes.br

Página 04 de 04